

Course: MAT218 - Ecuaciones Diferenciales Aplicadas

Lista 4

En los ejercicios siguientes encuentre la solución general de la EDO lineal homogénea.

1. $y'' - 36y = 0$
2. $y'' + 9y = 0$
3. $3y'' + 2y' + y = 0$
4. $y''' - y = 0$
5. $y''' - 5y'' + 3y' + 9y = 0$
6. $y'' + y' - 2y = 0$
7. $16y^{(4)} + 24y'' + 9y = 0$

En los ejercicios siguiente resuelva las ecuaciones usando el método de coeficientes indeterminados.

1. $y'' - y' + \frac{1}{4}y = 3 + e^{x/2}$
2. $y'' + y = 2x \sin x$
3. $y'' + 2y' + y = \sin x + 3 \cos 2x$
4. $16y^{(4)} - y = e^{x/2}$

En los ejercicios abajo resuelva las ecuaciones.

1. $y'' - y = \frac{1}{x}, \quad x > 0$
2. $4y'' + 36y = \csc(3x), \quad x \in (0, \pi/6)$
3. $y''' - y'' + y' - y = e^{-x} \sin x$

Ecuaciones de Euler. Una ecuación de la forma

$$t^2 \frac{d^2 y}{dt^2} + \alpha t \frac{dy}{dt} + \beta y = 0, \quad t > 0, \quad (\text{ii})$$

donde α y β son constantes reales, se llama una ecuación de Euler.

a) Sea $x = \ln t$ y calcule $\frac{dy}{dt}$ y $\frac{d^2y}{dt^2}$ en términos de $\frac{dy}{dx}$ y $\frac{d^2y}{dx^2}$.

b) Use los resultados de la parte (a) para transformar la Ec. (ii) en

$$\frac{d^2y}{dx^2} + (\alpha - 1)\frac{dy}{dx} + \beta y = 0. \quad (\text{iii})$$

Observe que la Ec. (iii) tiene coeficientes constantes. Si $y_1(x)$ y $y_2(x)$ forman un conjunto fundamental de soluciones de la Ec. (iii), entonces $y_1(\ln t)$ y $y_2(\ln t)$ forman un conjunto fundamental de soluciones de la Ec. (ii).

En cada uno de los ejercicios siguientes, use el método del descrito arriba para resolver la ecuación dada para $t > 0$.

a) $t^2y'' + ty' + y = 0$

b) $t^2y'' + 4ty' + 2y = 0$

c) $t^2y'' + 3ty' + \frac{5}{4}y = 0$

d) $t^2y'' - 4ty' - 6y = 0$

Referencias

- [1] W. E. Boyce, R. C. DiPrima, and D. B. Meade, *Elementary Differential Equations and Boundary Value Problems*, 11th ed., John Wiley & Sons, Hoboken, NJ, 2017. ISBN 978-1119443766.
- [2] D. G. Zill, *Differential Equations with Boundary-Value Problems*, 9th ed., Cengage Learning, Boston, MA, 2017. ISBN 978-1305965799.
- [3] D. G. Zill, *A First Course in Differential Equations with Modeling Applications*, 11th ed., Cengage Learning, Boston, MA, 2017. ISBN 978-1305965720.
- [4] *Notas de aula Cálculo-IIA*, Universidade Federal Fluminense, Rio de Janeiro, 2009.