

Microeconomía 1

Práctica Dirigida 1 — Solucionario

Profesor: José Gallardo Ku (j.gallardo@pucp.edu.pe)

Jefes de práctica: Marcelo Gallardo (marcelo.gallardo@pucp.edu.pe)

Raúl Amao (raul.amao@pucp.edu.pe)

1 Ejercicios para la sesión de prácticas

1.1 Relaciones de preferencia

1. Lucía es una estudiante de la PUCP y tiene que elegir un postre. Sus opciones son: tiramisú (t), crema volteada (c) y torta de chocolate (ℓ). Se sabe que:

- Lucía prefiere el tiramisú a la crema volteada.
- Lucía prefiere la crema volteada a la torta de chocolate.
- Lucía prefiere el tiramisú a la torta de chocolate.

- (a) Escriba la relación de preferencia $\succeq$ de Lucía sobre $X = \{t, c, \ell\}$. ¿Es completa? ¿Es transitiva?

Respuesta: La relación de preferencia estricta es $t \succ c \succ \ell$ (y $t \succ \ell$). La relación $\succeq$ (“al menos tan bueno como”) incluye también la reflexividad ($t \succeq t$, $c \succeq c$, $\ell \succeq \ell$). **Complejitud:** Sí es completa. Para todo par de alternativas distintas, tenemos: $t \succeq c$, $c \succeq \ell$ y $t \succeq \ell$. Todo par está comparado.

Transitividad: Sí es transitiva pues $t \succeq \ell$.

- (b) Si Lucía llega a una cafetería que solo ofrece $\{c, \ell\}$, ¿qué elige? ¿Y si ofrece $\{t, c, \ell\}$?

Respuesta: Del menú $\{c, \ell\}$: como $c \succ \ell$, Sofía elige c (crema volteada).

Del menú $\{t, c, \ell\}$: como $t \succ c$ y $t \succ \ell$, Sofía elige t (tiramisú). El tiramisú es el elemento maximal del conjunto.

- (c) Suponga ahora que una amiga de Lucía, Valentina, tiene las siguientes preferencias: prefiere c a t , prefiere t a ℓ , pero también prefiere ℓ a c . ¿Es la relación de preferencia de Valentina transitiva? ¿Qué problema genera esto cuando Valentina debe elegir de $\{t, c, \ell\}$?

Respuesta: No es transitiva. Tenemos $c \succ t$ y $t \succ \ell$, lo cual por transitividad debería implicar $c \succ \ell$. Sin embargo, Valentina tiene $\ell \succ c$, una contradicción.

Las preferencias de Valentina forman un **ciclo**: $c \succ t \succ \ell \succ c$. Esto genera que no exista un elemento maximal en $\{t, c, \ell\}$: para cualquier alternativa que Valentina escoja, siempre existe otra que prefiere. La elección racional no está bien definida.

2. María tiene preferencias sobre cestas de consumo $(x, y) \in \mathbb{R}_+^2$ representadas por $U(x, y) = \sqrt{xy}$.

- (a) ¿Prefiere María la cesta $(4, 9)$ a la cesta $(9, 4)$? ¿Son indiferentes?

Respuesta: Calculamos:

$$U(4, 9) = \sqrt{4 \cdot 9} = \sqrt{36} = 6, \quad U(9, 4) = \sqrt{9 \cdot 4} = \sqrt{36} = 6.$$

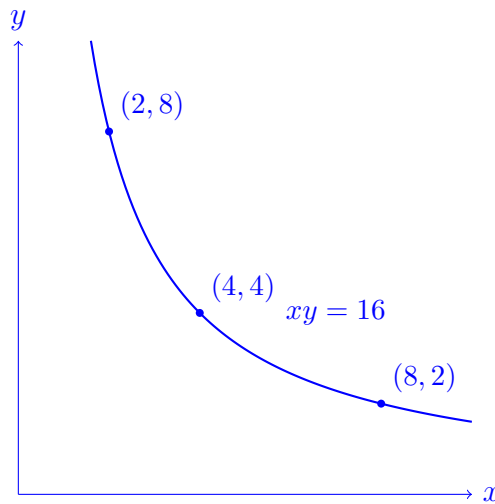
Como $U(4, 9) = U(9, 4) = 6$, María es **indiferente** entre ambas cestas: $(4, 9) \sim (9, 4)$.

- (b) Encuentre todas las cestas (x, y) tales que María es indiferente entre (x, y) y $(4, 4)$. Grafique esta curva de indiferencia.

Respuesta: Primero, $U(4, 4) = \sqrt{4 \cdot 4} = 4$. La curva de indiferencia es el conjunto de cestas (x, y) tales que $\sqrt{xy} = 4$, es decir:

$$xy = 16 \iff y = \frac{16}{x}, \quad x > 0.$$

Es una hipérbola en el primer cuadrante.



- (c) ¿Las preferencias de María son monótonas? Es decir, si le damos más de ambos bienes, ¿está al menos igual de satisfecha?

Respuesta: Sí, las preferencias son **monótonas**. Si $x' \geq x$ y $y' \geq y$ con al menos una desigualdad estricta, entonces:

$$U(x', y') = \sqrt{x'y'} \geq \sqrt{xy} = U(x, y).$$

Más precisamente, si $x' > x$ y $y' > y$, entonces $x'y' > xy$ y por tanto $U(x', y') > U(x, y)$. Esto es **monotonía estricta**. Formalmente, las derivadas parciales son:

$$\frac{\partial U}{\partial x} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{y}{x}} > 0, \quad \frac{\partial U}{\partial y} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{x}{y}} > 0,$$

para $x, y > 0$, lo que confirma que U es creciente en ambos argumentos.

3. Sea X un conjunto y $\succeq$ una relación de preferencia racional (completa y transitiva) sobre X . Definimos:

- $x \sim y$ si $x \succeq y$ y $y \succeq x$ (indiferencia).
- $x \succ y$ si $x \succeq y$ y no $y \succeq x$ (preferencia estricta).

Demuestre:

- (a) $\succ$ es transitiva.

Respuesta: Supongamos $x \succ y$ e $y \succ z$. Debemos mostrar $x \succ z$.

De $x \succ y$: tenemos $x \succeq y$ y $\neg(y \succeq x)$.¹

De $y \succ z$: tenemos $y \succeq z$ y $\neg(z \succeq y)$.

Por transitividad de $\succeq$: de $x \succeq y$ e $y \succeq z$ se obtiene $x \succeq z$.

Falta ver que $\neg(z \succeq x)$. Supongamos por contradicción que $z \succeq x$. Junto con $x \succeq y$ (dado), por transitividad de $\succeq$ obtenemos $z \succeq y$. Pero esto contradice $\neg(z \succeq y)$. Por lo tanto, $\neg(z \succeq x)$ y concluimos $x \succ z$. $\square$

- (b) $\sim$ es transitiva.

Respuesta: Supongamos $x \sim y$ e $y \sim z$. Entonces:

- De $x \sim y$: $x \succeq y$ e $y \succeq x$.
- De $y \sim z$: $y \succeq z$ e $z \succeq y$.

Por transitividad de $\succeq$: $x \succeq y$ e $y \succeq z$ implican $x \succeq z$. Análogamente, $z \succeq y$ e $y \succeq x$ implican $z \succeq x$. Por lo tanto, $x \sim z$. $\square$

- (c) Si $x \succ y$ e $y \succeq z$, entonces $x \succ z$.

Respuesta: De $x \succ y$: $x \succeq y$ y $\neg(y \succeq x)$.

De $y \succeq z$: junto con $x \succeq y$, por transitividad obtenemos $x \succeq z$.

Falta ver $\neg(z \succeq x)$. Supongamos por contradicción $z \succeq x$. Junto con $y \succeq z$ (dado), por transitividad $y \succeq x$. Pero esto contradice $\neg(y \succeq x)$. Luego $\neg(z \succeq x)$ y $x \succ z$. $\square$

- (d) $\sim$ es una relación de equivalencia (reflexiva, simétrica y transitiva).

Respuesta: *Reflexividad:* Por completitud de $\succeq$, para todo x , tenemos $x \succeq x$. Luego $x \sim x$.

Simetría: Si $x \sim y$, entonces $x \succeq y$ e $y \succeq x$, lo cual es exactamente $y \sim x$.

Transitividad: Ya demostrada en (b). $\square$

¹La notación $\neg(\cdot)$ representa la negación de lo que está dentro del paréntesis.

(e) $\succ$ es asimétrica (si $x \succ y$, entonces no $y \succ x$).

Respuesta: Supongamos $x \succ y$. Entonces $x \succeq y$ y $\neg(y \succeq x)$. Si $y \succ x$, necesitaríamos $y \succeq x$, lo cual es falso. Por lo tanto, $\neg(y \succ x)$. $\square$

4. Demuestre que si $u : X \rightarrow \mathbb{R}$ representa a $\succeq$, entonces para toda función $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ **estrictamente** creciente, la función $v = f \circ u$ también representa a $\succeq$.

Respuesta: Debemos mostrar que $x \succeq y \iff v(x) \geq v(y)$.

Como u representa a $\succeq$: $x \succeq y \iff u(x) \geq u(y)$.

Como f es estrictamente creciente: $u(x) \geq u(y) \iff f(u(x)) \geq f(u(y))$, es decir, $v(x) \geq v(y)$.

Encadenando: $x \succeq y \iff u(x) \geq u(y) \iff f(u(x)) \geq f(u(y)) \iff v(x) \geq v(y)$. $\square$

- (a) Verifique esto con un ejemplo: sea $\succeq$ la relación “mayor o igual” en $\mathbb{R}$, $u(x) = x$, y $f(t) = e^t$.

Respuesta: Aquí $v(x) = f(u(x)) = e^x$. La relación $\succeq$ es $x \geq y$. Verificamos:

$$x \geq y \iff u(x) \geq u(y) \iff x \geq y \iff e^x \geq e^y \iff v(x) \geq v(y).$$

La última equivalencia se cumple porque la exponencial es estrictamente creciente.

5. **Preferencias lexicográficas.** Sea $X = \mathbb{R}^2$. Defina $x \succeq y$ si y solo si $x_1 > y_1$, o bien $x_1 = y_1$ y $x_2 \geq y_2$. Demuestre que $\succeq$ es completa y transitiva.

Respuesta: Completitud: Sean $x, y \in \mathbb{R}^2$. Debemos mostrar que $x \succeq y$ o $y \succeq x$.

Caso 1: $x_1 > y_1$. Entonces $x \succeq y$ por definición.

Caso 2: $x_1 < y_1$. Entonces $y_1 > x_1$, luego $y \succeq x$.

Caso 3: $x_1 = y_1$. Como $\geq$ es completa en $\mathbb{R}$ (siempre podemos comparar dos números reales), $x_2 \geq y_2$ o $y_2 \geq x_2$. En el primer caso $x \succeq y$; en el segundo $y \succeq x$.

Transitividad: Supongamos $x \succeq y$ e $y \succeq z$. Debemos mostrar $x \succeq z$.

Caso 1: $x_1 > y_1$. Si $y_1 > z_1$, entonces $x_1 > z_1$ y $x \succeq z$. Si $y_1 = z_1$, entonces $x_1 > z_1$ y $x \succeq z$.

Caso 2: $x_1 = y_1$ y $x_2 \geq y_2$. Si $y_1 > z_1$, entonces $x_1 > z_1$ y $x \succeq z$. Si $y_1 = z_1$ y $y_2 \geq z_2$, entonces $x_1 = z_1$ y $x_2 \geq y_2 \geq z_2$, luego $x \succeq z$. $\square$

1.2 Estructuras de elección

1. Ana tiene cuatro opciones de postre: flan (f), helado (h), fruta (r) y galletas (g). Se observan las siguientes elecciones:

- Del menú $\{f, h\}$, elige f .
- Del menú $\{h, r\}$, elige h .

- Del menú $\{f, r, g\}$, elige r .
- (a) ¿Son las elecciones de Ana consistentes entre sí? Es decir, ¿puede existir una relación de preferencia racional que explique todas estas elecciones? Justifique.

Respuesta: No son consistentes. De las elecciones:

- De $\{f, h\}$ elige f : se revela $f \succeq h$.
- De $\{h, r\}$ elige h : se revela $h \succeq r$.
- Por transitividad: $f \succeq h \succeq r$ implica $f \succeq r$.

Pero de $\{f, r, g\}$ elige r (y no f). Como f estaba disponible y no fue elegido, esto significa $r \succ f$ (o al menos que f no es óptimo). Esto contradice $f \succeq r$ obtenido por transitividad. No existe una relación racional que explique todas las elecciones.

- (b) Si la respuesta anterior es no, ¿cuál elección genera la inconsistencia?

Respuesta: La inconsistencia proviene de la **tercera elección**: elegir r de $\{f, r, g\}$. Las dos primeras elecciones (f de $\{f, h\}$ y h de $\{h, r\}$) implican por transitividad que $f \succeq r$. Por lo tanto, si Ana elige de $\{f, r, g\}$ y es racional, debería elegir f (o posiblemente g , si $g \succeq f$, pero entonces g debería ser elegido, no r). Elegir r cuando f está disponible viola la preferencia revelada $f \succeq r$.

1.3 Restricción presupuestaria

1. Considere un consumidor con ingreso $m > 0$ que enfrenta precios $p_1 > 0$ y $p_2 > 0$ para dos bienes. El conjunto presupuestario Walrasiano es:

$$B(p, m) = \{(x_1, x_2) \in \mathbb{R}_+^2 : p_1 x_1 + p_2 x_2 \leq m\}.$$

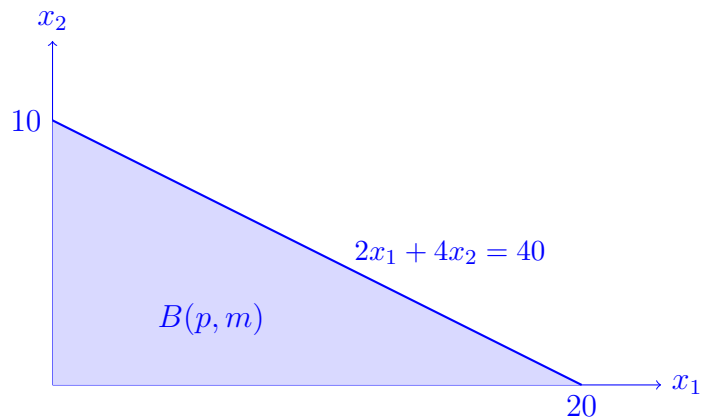
- (a) Grafique el conjunto presupuestario para $p_1 = 2$, $p_2 = 4$ y $m = 40$. Identifique las intersecciones con los ejes.

Respuesta: La recta presupuestaria es $2x_1 + 4x_2 = 40$, es decir, $x_1 + 2x_2 = 20$.

Intersección con eje x_1 : $x_2 = 0 \Rightarrow x_1 = m/p_1 = 40/2 = 20$.

Intersección con eje x_2 : $x_1 = 0 \Rightarrow x_2 = m/p_2 = 40/4 = 10$.

Pendiente de la recta: $-p_1/p_2 = -2/4 = -1/2$.



- (b) ¿Qué ocurre con el conjunto presupuestario si el ingreso se duplica? ¿Y si ambos precios se duplican simultáneamente?

Respuesta: Si el ingreso se duplica ($m' = 2m = 80$): La recta presupuestaria se desplaza paralelamente hacia afuera. Las nuevas intersecciones son $m'/p_1 = 80/2 = 40$ y $m'/p_2 = 80/4 = 20$. La pendiente no cambia ($-p_1/p_2 = -1/2$). El conjunto presupuestario se agranda.

Si ambos precios se duplican ($p'_1 = 4, p'_2 = 8, m = 40$): Las nuevas intersecciones son $m/p'_1 = 40/4 = 10$ y $m/p'_2 = 40/8 = 5$. El conjunto presupuestario se reduce a la mitad. La pendiente no cambia: $-p'_1/p'_2 = -4/8 = -1/2$. Duplicar ambos precios equivale a reducir el ingreso a la mitad.

- (c) Demuestre que $B(p, m) = B(\lambda p, \lambda m)$ para todo $\lambda > 0$. Interprete.

Respuesta:

$$\begin{aligned} B(\lambda p, \lambda m) &= \{(x_1, x_2) \in \mathbb{R}_+^2 : \lambda p_1 x_1 + \lambda p_2 x_2 \leq \lambda m\} \\ &= \{(x_1, x_2) \in \mathbb{R}_+^2 : \lambda(p_1 x_1 + p_2 x_2) \leq \lambda m\} \\ &= \{(x_1, x_2) \in \mathbb{R}_+^2 : p_1 x_1 + p_2 x_2 \leq m\} \quad (\text{dividiendo por } \lambda > 0) \\ &= B(p, m). \end{aligned}$$

Interpretación: El conjunto presupuestario es **homogéneo de grado cero** en (p, m) . Solo importan los precios relativos y el ingreso real. Si todos los precios y el ingreso se multiplican por el mismo factor positivo (por ejemplo, un cambio de unidad monetaria o inflación proporcional), el poder adquisitivo real del consumidor no cambia.

2. Considere un trabajador que dispone de $T = 24$ horas, de las cuales elige ℓ horas de ocio y trabaja $T - \ell$ horas a un salario w por hora. Su ingreso no laboral es $\mu \geq 0$. El precio de un bien compuesto de consumo q es p .

- (a) Escriba la restricción presupuestaria y verifique que corresponde a la figura.

Respuesta: El ingreso total es $\mu + w(T - \ell)$ y el gasto es pq . La restricción presupuestaria es:

$$pq \leq \mu + w(T - \ell) = \mu + wT - w\ell.$$

Reescribiendo: $pq + w\ell \leq \mu + wT$, que tiene la forma estándar con precios (w, p) , dotación de “ingreso completo” $\mu + wT$ y “bienes” (ℓ, q) .

Verificación de la figura:

- Si $\ell = T = 24$ (todo ocio, no trabaja): $pq \leq \mu$, así que $q \leq \mu/p$. Esto da el intercepto inferior derecho.
- Si $\ell = 0$ (trabaja todo): $pq \leq \mu + wT$, así que $q \leq (\mu + wT)/p$. Esto da el intercepto superior izquierdo.
- Pendiente de la recta: de $pq = \mu + wT - w\ell$, despejamos $q = (\mu + wT)/p - (w/p)\ell$. La pendiente es $-w/p$.

- (b) Suponga que el trabajador paga un impuesto con tasa $t \in (0, 1)$ sobre el ingreso laboral que exceda un umbral $\bar{y}$. Grafique la nueva restricción presupuestaria. ¿Es convexo el nuevo conjunto presupuestario?

Respuesta: El ingreso laboral es $y = w(T - \ell)$. Si $y \leq \bar{y}$, no hay impuesto. Si $y > \bar{y}$, paga impuesto $t(y - \bar{y})$.

Caso 1: $w(T - \ell) \leq \bar{y}$ (es decir, $\ell \geq T - \bar{y}/w$):

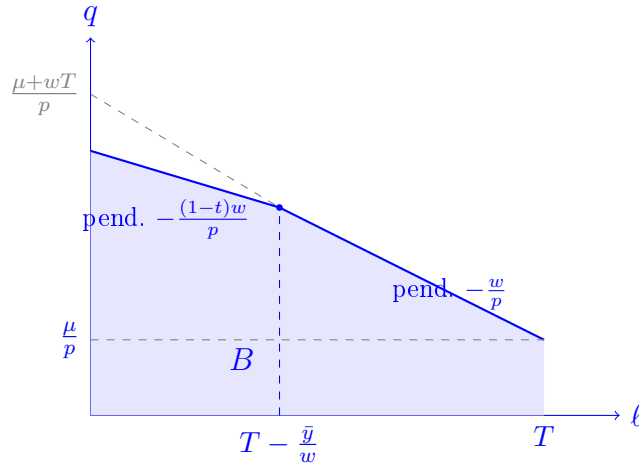
$$pq \leq \mu + w(T - \ell).$$

La pendiente es $-w/p$ (igual que sin impuesto).

Caso 2: $w(T - \ell) > \bar{y}$ (es decir, $\ell < T - \bar{y}/w$):

$$pq \leq \mu + w(T - \ell) - t[w(T - \ell) - \bar{y}] = \mu + (1 - t)w(T - \ell) + t\bar{y}.$$

La pendiente es $-(1 - t)w/p$, más plana que $-w/p$.



Sí, el conjunto presupuestario es convexo. La recta presupuestaria tiene un quiebre (“kink”) en el punto donde se alcanza el umbral, y la pendiente se vuelve más plana (en valor absoluto) a la izquierda del quiebre. El conjunto que queda “debajo” es convexo.

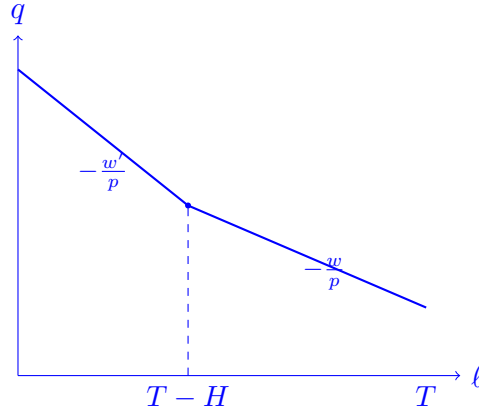
- (c) Suponga que existen dos tasas de salario: w por las primeras H horas de trabajo y $w' > w$ por las horas adicionales (sobretiempo). Grafique la restricción presupuestaria resultante. ¿Es convexa?

Respuesta: Las horas trabajadas son $T - \ell$. Si $T - \ell \leq H$ (es decir, $\ell \geq T - H$), el salario es w . Si $T - \ell > H$, las primeras H horas pagan w y las restantes $T - \ell - H$ pagan w' .

Caso 1: $\ell \geq T - H$: $pq \leq \mu + w(T - \ell)$. Pendiente $-w/p$.

Caso 2: $\ell < T - H$: $pq \leq \mu + wH + w'(T - \ell - H)$. Pendiente $-w'/p$.

Como $w' > w$, la pendiente es más empinada (en valor absoluto) para $\ell < T - H$.



No es convexo. La recta presupuestaria es cóncava (“convexa hacia afuera”). El conjunto presupuestario no es convexo porque en el quiebre la pendiente aumenta en valor absoluto al trabajar más horas.

- 3. Tarifa en bloques.** Un hogar consume combustible (q_1) y otros bienes (q_2). Las primeras $\bar{q}_1$ unidades de combustible cuestan p_1 por unidad y las unidades adicionales cuestan $p'_1 < p_1$ (descuento por volumen). El ingreso es m y el precio de otros bienes es p_2 .

- (a) Escriba algebraicamente la restricción presupuestaria para $q_1 \leq \bar{q}_1$ y para $q_1 > \bar{q}_1$.

Respuesta: *Caso 1:* $q_1 \leq \bar{q}_1$:

$$p_1 q_1 + p_2 q_2 \leq m.$$

Caso 2: $q_1 > \bar{q}_1$: El gasto en combustible es $p_1 \bar{q}_1 + p'_1 (q_1 - \bar{q}_1)$. Entonces:

$$p_1 \bar{q}_1 + p'_1 (q_1 - \bar{q}_1) + p_2 q_2 \leq m,$$

que se reescribe como:

$$p'_1 q_1 + p_2 q_2 \leq m - (p_1 - p'_1) \bar{q}_1.$$

Notamos que el ingreso “efectivo” para el segundo tramo es $m - (p_1 - p'_1) \bar{q}_1$ y el precio marginal del combustible baja a p'_1 .

- (b) ¿Es convexo el conjunto presupuestario resultante? Justifique.

Respuesta: Sí, **es convexo**. Como $p'_1 < p_1$, la pendiente de la restricción presupuestaria cambia de $-p_1/p_2$ (más empinada) a $-p'_1/p_2$ (más plana) al cruzar $\bar{q}_1$. El quiebre es “hacia adentro” (cóncavo visto desde arriba), de modo que el área debajo (el conjunto presupuestario) es convexo: cualquier combinación lineal de dos puntos factibles sigue siendo factible.

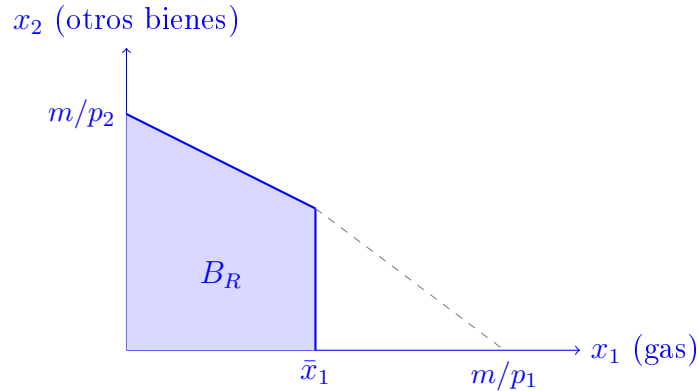
- 4. Racionamiento (caso gas en Lima).** Suponga que, tras un accidente en la cadena de suministro, el gas doméstico en Lima se vuelve escaso. Como resultado, el gobierno impone un racionamiento: cada consumidor no puede adquirir más de $\bar{x}_1$ unidades de gas (bien 1). El consumidor tiene ingreso m y enfrenta precios p_1 (gas) y p_2 (otros bienes).

- (a) Escriba y grafique el nuevo conjunto presupuestario.

Respuesta: El conjunto presupuestario con racionamiento es:

$$B_R = \{(x_1, x_2) \in \mathbb{R}_+^2 : p_1 x_1 + p_2 x_2 \leq m, \ x_1 \leq \bar{x}_1\}.$$

Aquí, x_1 representa el consumo de gas, el cual está restringido por la política de racionamiento.



- (b) ¿Es convexo? ¿Es compacto?

Respuesta: Convexo: Sí. B_R es la intersección de dos conjuntos convexos: el conjunto presupuestario estándar $B(p, m)$ y el semiespacio $\{x : x_1 \leq \bar{x}_1\}$. Dado que la intersección de conjuntos convexos es convexa, B_R es convexo.

Compacto: Sí. $B_R \subseteq B(p, m)$, y este último es compacto (cerrado y acotado). Además, B_R es cerrado (intersección de cerrados) y acotado (subconjunto de un conjunto acotado), por lo tanto es compacto.

- (c) Compare gráficamente con el conjunto presupuestario sin racionamiento.

Respuesta: Sin racionamiento, el consumidor podría adquirir cualquier combinación sobre el triángulo con vértices $(0, 0)$, $(m/p_1, 0)$ y $(0, m/p_2)$.

Con racionamiento debido a la escasez de gas, el conjunto se “recorta” en $x_1 = \bar{x}_1$, eliminando todas las canastas con alto consumo de gas. Económicamente, esto refleja que, aun si el consumidor tiene ingreso suficiente, no puede acceder a mayores niveles de consumo del bien racionado debido a la restricción física impuesta por el gobierno.

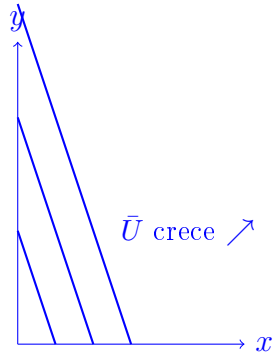
2 Ejercicios para practicar

2.1 Relaciones de preferencia

1. Grafique las curvas de indiferencia de las siguientes funciones de utilidad y determine si las preferencias son convexas:

(a) $U(x, y) = 3x + y$

Respuesta: Las curvas de indiferencia son rectas: $3x + y = k$, es decir, $y = k - 3x$. Son líneas rectas con pendiente -3 . Los bienes son **sustitutos perfectos**.



Las preferencias son **convexas** (débilmente). Para todo $\alpha \in [0, 1]$: $U(\alpha x + (1 - \alpha)x', \alpha y + (1 - \alpha)y') = 3[\alpha x + (1 - \alpha)x'] + [\alpha y + (1 - \alpha)y'] = \alpha U(x, y) + (1 - \alpha)U(x', y') \geq \min\{U(x, y), U(x', y')\}$.

(b) $U(x, y) = \sqrt{xy}$

Respuesta: Las curvas de indiferencia son hipérbolas: $xy = k^2$, o $y = k^2/x$. Son convexas hacia el origen.

Las preferencias son **estrictamente convexas**. La función $U = \sqrt{xy}$ es cóncava (su transformación logarítmica $\ln U = \frac{1}{2} \ln x + \frac{1}{2} \ln y$ es estrictamente cóncava), lo que garantiza que los conjuntos de nivel superior son estrictamente convexas.

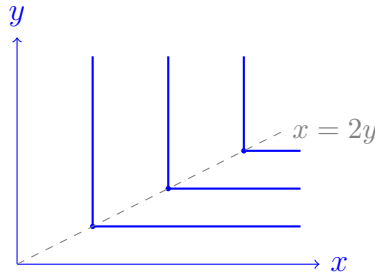
(c) $U(x, y) = \sqrt{x} + y$

Respuesta: Curvas de indiferencia: $\sqrt{x} + y = k$, es decir, $y = k - \sqrt{x}$. Son curvas cóncavas (vistas desde arriba). La utilidad es **cuasilineal** en y .

Las preferencias son **convexas**. La función $\sqrt{x}$ es cóncava y y es lineal, así que U es cóncava, lo que implica convexidad de las preferencias.

(d) $U(x, y) = \min\{5x, 10y\}$

Respuesta: Las curvas de indiferencia son en forma de “L”. El vértice se encuentra donde $5x = 10y$, es decir, $x = 2y$. Son **complementos perfectos** (tipo Leontief).



Las preferencias son **convexas** (débilmente). $U = \min\{5x, 10y\}$ es cuasicóncava (el mínimo de funciones lineales es cóncava).

2. Dado $U(x, y) = 4x^2 + 3y^2$:

(a) Calcule $\frac{\partial U}{\partial x}$ y $\frac{\partial U}{\partial y}$.

Respuesta:

$$\frac{\partial U}{\partial x} = 8x, \quad \frac{\partial U}{\partial y} = 6y.$$

(b) Evalúe las derivadas parciales en $x = 1$, $y = 2$.

Respuesta:

$$\left. \frac{\partial U}{\partial x} \right|_{(1,2)} = 8(1) = 8, \quad \left. \frac{\partial U}{\partial y} \right|_{(1,2)} = 6(2) = 12.$$

(c) Escriba la diferencial total dU .

Respuesta:

$$dU = \frac{\partial U}{\partial x} dx + \frac{\partial U}{\partial y} dy = 8x dx + 6y dy.$$

(d) Calcule $\left. \frac{dx}{dy} \right|_{dU=0}$, es decir, la pendiente de la curva de indiferencia. Evalúe en $(1, 2)$.

Respuesta: Sobre la curva de indiferencia, $dU = 0$:

$$8x dx + 6y dy = 0 \quad \Rightarrow \quad \left. \frac{dx}{dy} \right|_{dU=0} = -\frac{6y}{8x} = -\frac{3y}{4x}.$$

Evalutando en $(1, 2)$:

$$\left. \frac{dx}{dy} \right|_{(1,2)} = -\frac{3(2)}{4(1)} = -\frac{3}{2}.$$

Nota: la TMS (Tasa Marginal de Sustitución) usual $dy/dx = -U_x/U_y = -8x/(6y) = -4x/(3y)$. En $(1, 2)$: $-4/(6) = -2/3$.

(e) Demuestre que $U(1, 2) = 16$.

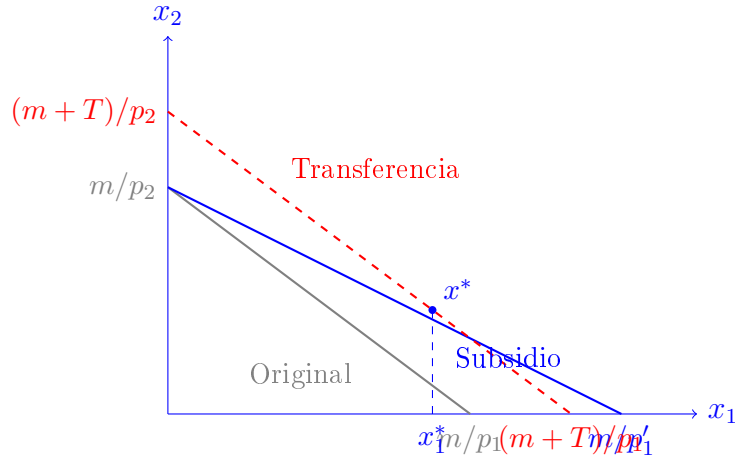
Respuesta: $U(1, 2) = 4(1)^2 + 3(2)^2 = 4(1) + 3(4) = 4 + 12 = 16$.

2.2 Restricción presupuestaria

1. **Subsidio vs. transferencia.** Un consumidor tiene ingreso m y consume dos bienes a precios p_1 y p_2 . El gobierno puede ayudarlo de dos maneras: (i) subsidio que reduce el precio a p'_1 ; (ii) transferencia monetaria $T = (p_1 - p'_1)x_1^*$.

(a) Grafique el conjunto presupuestario bajo cada política.

Respuesta:



Con el **subsidio**: la recta presupuestaria rota hacia afuera por el eje x_1 (pendiente $-p'_1/p_2$).

Con la **transferencia**: la recta presupuestaria se desplaza paralelamente hacia afuera (misma pendiente $-p_1/p_2$, mayor intercepto).

Ambas pasan por el punto $x^* = (x_1^*, x_2^*)$ elegido bajo el subsidio.

- (b) ¿Puede el consumidor estar mejor con la transferencia que con el subsidio? Argumente gráficamente.

Respuesta: Sí, el consumidor puede estar (**débilmente**) **mejor** con la transferencia. Como el costo fiscal es el mismo ($T = (p_1 - p'_1)x_1^*$), la recta de la transferencia pasa por el punto óptimo del subsidio x^* .

Pero la recta de la transferencia tiene pendiente $-p_1/p_2$ (precios originales), mientras que la del subsidio tiene pendiente $-p'_1/p_2$. La recta de transferencia “corta” la recta de subsidio en x^* y se extiende hacia áreas que el subsidio no cubre (especialmente con más x_2 y menos x_1).

Esto significa que el conjunto presupuestario de la transferencia contiene puntos que no están en el del subsidio (y viceversa), pero la cesta x^* es alcanzable en ambos. El consumidor con transferencia puede elegir una cesta diferente a x^* que le dé mayor utilidad, pues tiene más flexibilidad. Por tanto, $U^{transfer} \geq U^{subsidio}$: **la transferencia es al menos tan buena como el subsidio** desde el punto de vista del bienestar del consumidor.