

Microeconomía 1 – Exámenes Finales

Solucionario: Ejercicios 4, 5 y 7 (2025-I) y Ejercicios 4, 6 y 7 (2023-I)

Draft

Soluciones de Marcelo Gallardo
Pontificia Universidad Católica del Perú

3 de julio de 2026

Examen Final 2025-I

Ejercicio 4

Una empresa produce con

$$y = \frac{1}{\frac{0.2}{K} + \frac{0.8}{L}} = \left(0.2K^{-1} + 0.8L^{-1}\right)^{-1},$$

que es una función CES $y = (\alpha K^\rho + \beta L^\rho)^{1/\rho}$ con $\rho = -1$, $\alpha = 0.2$, $\beta = 0.8$. Es homogénea de grado 1.

(i) Elasticidad de sustitución. La elasticidad de sustitución mide la sensibilidad (porcentual) del ratio de factores ante cambios porcentuales en la TMST a lo largo de una isocuanta:

$$\sigma \equiv \frac{d \ln(K/L)}{d \ln(TMST_{L,K})} = \frac{\% \Delta(K/L)}{\% \Delta(F_L/F_K)}.$$

Intuitivamente, responde a la pregunta: si el trabajo se vuelve relativamente más productivo en el margen (o, en el óptimo de costos, relativamente más caro, pues $TMST = w/r$), ¿qué tan fácil es para la firma recomponer su mezcla de insumos? $\sigma = 0$ corresponde a Leontief (proporciones fijas), $\sigma = 1$ a Cobb–Douglas y $\sigma \rightarrow \infty$ a sustitutos perfectos.

Derivación paso a paso. Calculemos primero los productos marginales. Escribiendo $y = (0.2K^{-1} + 0.8L^{-1})^{-1}$,

$$F_K = -(0.2K^{-1} + 0.8L^{-1})^{-2} \cdot (-0.2K^{-2}) = 0.2 \frac{y^2}{K^2}, \quad F_L = 0.8 \frac{y^2}{L^2}.$$

La TMST es entonces

$$TMST_{L,K} = \frac{F_L}{F_K} = \frac{0.8}{0.2} \left(\frac{K}{L}\right)^2 = 4 \left(\frac{K}{L}\right)^2.$$

Tomando logaritmos,

$$\ln(TMST) = \ln 4 + 2 \ln\left(\frac{K}{L}\right) \implies \ln\left(\frac{K}{L}\right) = \frac{1}{2} \ln(TMST) - \frac{1}{2} \ln 4,$$

de donde, derivando,

$$\sigma = \frac{d \ln(K/L)}{d \ln(TMST)} = \frac{1}{2}.$$

El resultado es constante a lo largo de todas las isocuantas: la función es una CES $y = (\alpha K^\rho + \beta L^\rho)^{1/\rho}$ con $\rho = -1$, y para cualquier CES la TMST es proporcional a $(K/L)^{1-\rho}$, de modo que $\sigma = \frac{1}{1-\rho}$; con $\rho = -1$, $\sigma = \frac{1}{2}$. Como $\sigma = \frac{1}{2} < 1$, capital y trabajo son *malos sustitutos*: la firma está a medio camino entre Leontief y Cobb–Douglas, y un encarecimiento relativo del trabajo induce una recomposición hacia capital menos que proporcional. (Consecuencia observable en (ii): con $\sigma < 1$, la participación de un factor *aumenta* cuando su precio relativo sube.)

(ii) Participaciones con $K = 0.5, L = 1$. Primero, el producto:

$$y = \frac{1}{\frac{0.2}{0.5} + \frac{0.8}{1}} = \frac{1}{0.4 + 0.8} = \frac{1}{1.2} = \frac{5}{6}.$$

Como F es homogénea de grado 1, por el Teorema de Euler $F_K K + F_L L = y$ y las participaciones (competitivas) de cada factor en el producto son

$$s_K = \frac{F_K K}{y} = 0.2 \frac{y}{K}, \quad s_L = \frac{F_L L}{y} = 0.8 \frac{y}{L}.$$

Evaluando:

$$s_K = 0.2 \cdot \frac{5/6}{0.5} = \frac{1}{3}, \quad s_L = 0.8 \cdot \frac{5/6}{1} = \frac{2}{3}, \quad s_K + s_L = 1.$$

(iii) Demandas derivadas (condicionales) de K y L . El problema de minimización de costos es

$$\min_{K,L} rK + wL \quad \text{s.a.} \quad \frac{0.2}{K} + \frac{0.8}{L} = \frac{1}{y}.$$

Las CPO (con multiplicador λ) son

$$r = \lambda \frac{0.2}{K^2}, \quad w = \lambda \frac{0.8}{L^2} \quad \implies \quad \frac{r}{w} = \frac{0.2}{0.8} \frac{L^2}{K^2} \quad \implies \quad K = \frac{L}{2} \sqrt{\frac{w}{r}}.$$

Sustituyendo en la isocuanta:

$$\frac{0.2 \cdot 2}{L} \sqrt{\frac{r}{w}} + \frac{0.8}{L} = \frac{1}{y} \quad \implies \quad \boxed{L(w, r, y) = 0.4 y \left(2 + \sqrt{\frac{r}{w}} \right)}, \quad \boxed{K(w, r, y) = 0.2 y \left(1 + 2 \sqrt{\frac{w}{r}} \right)}.$$

Ambas demandas son lineales en y (homogeneidad de grado 1 de la tecnología), decrecientes en el precio propio y crecientes en el precio del otro factor.

(iv) Función de costos.

$$C(w, r, y) = rK + wL = y \left[0.2r + 0.4\sqrt{rw} + 0.8w + 0.4\sqrt{rw} \right]$$

$$\boxed{C(w, r, y) = y (0.2r + 0.8w + 0.8\sqrt{rw}) = y \left(\sqrt{0.2r} + \sqrt{0.8w} \right)^2}.$$

El costo es lineal en y (costo medio = costo marginal constantes), homogéneo de grado 1 en (w, r) , creciente y cóncavo en los precios de los factores.

Ejercicio 5

Se resuelven las cuatro opciones de la bibliografía.

(a) Nicholson (2017): bien público

La frontera de producción es $5,000 = 100x^2 + y$, con 100 individuos idénticos, $u = x^{1/2}y_i^{1/2}$ y $y_i = y/100$. La tasa de transformación es

$$\text{RPT} = \left| \frac{dy}{dx} \right| = 200x.$$

(i) **Asignación competitiva.** En mercados competitivos cada individuo iguala su TMS *individual* al precio relativo, que a su vez iguala la RPT:

$$\text{TMS}_i = \frac{y_i}{x} = 200x \implies y_i = 200x^2 \implies y = 100 y_i = 20,000 x^2.$$

Sustituyendo en la frontera:

$$5,000 = 100x^2 + 20,000x^2 = 20,100 x^2 \implies x = \sqrt{\frac{5,000}{20,100}} \approx 0.50, \quad y \approx 4,975, \quad y_i \approx 49.75.$$

La utilidad de un individuo típico es

$$u = \sqrt{x y_i} \approx \sqrt{0.5 \times 49.75} \approx 4.99.$$

(ii) **Asignación óptima.** Como x es no exclusivo, la condición de Samuelson exige que la *suma* de las TMS iguale a la RPT:

$$\sum_{i=1}^{100} \text{TMS}_i = 100 \cdot \frac{y_i}{x} = \frac{y}{x} = 200x \implies y = 200x^2.$$

Sustituyendo:

$$5,000 = 100x^2 + 200x^2 = 300x^2 \implies x = \sqrt{\frac{50}{3}} \approx 4.08, \quad y \approx 3,333, \quad y_i \approx 33.3,$$

$$u = \sqrt{4.08 \times 33.3} \approx 11.7.$$

El mercado provee muy poco bien público ($x \approx 0.5$ vs. $x \approx 4.08$): cada individuo sólo internaliza su propio beneficio marginal e ignora el de los otros 99 (problema del *free rider*). La utilidad en el óptimo (11.7) más que duplica la competitiva (4.99).

(b) Varian (2007): externalidad acerera–pesquera

La acerera S produce $s \leq \bar{s}$ y contamina x ; la pesquera F produce f . Los costos son $C_F = (f + x)^2$ y $C_S = \frac{1}{2}(2s - x)^2$; ambas son tomadoras de precios p_S, p_F .

Contaminación privada. La acerera resuelve $\max_{s,x} p_S s - \frac{1}{2}(2s - x)^2$. Como $\partial C_S / \partial x = -(2s - x) < 0$ mientras $x < 2s$, contaminar reduce su costo y elige x hasta que

$$\frac{\partial C_S}{\partial x} = 0 \implies \boxed{x^{\text{priv}} = 2s.}$$

Con ello su costo se anula y $\pi_S = p_S s$ es creciente en s : produce a plena capacidad, $s = \bar{s}$ y $x^{\text{priv}} = 2\bar{s}$.

Contaminación socialmente óptima. Equivale a maximizar el beneficio conjunto (internalizar la externalidad):

$$\max_{s,f,x} p_S s + p_F f - \frac{1}{2}(2s - x)^2 - (f + x)^2.$$

Las CPO relevantes son

$$f: p_F = 2(f + x), \quad x: \underbrace{(2s - x)}_{\text{beneficio marginal de } x} = \underbrace{2(f + x)}_{\text{daño marginal a } F} = p_F.$$

Con $s = \bar{s}$ (si p_S es suficientemente alto la capacidad sigue siendo vinculante), el nivel óptimo es

$$\boxed{x^* = 2\bar{s} - p_F < x^{\text{priv}} = 2\bar{s}.}$$

La acerera contamina de más porque no enfrenta el daño marginal que impone a la pesquera. El óptimo puede implementarse con: (1) un impuesto de Pigou $t = p_F$ por unidad de contaminación, con lo cual la CPO privada de la acerera se vuelve $(2s - x) = t = p_F$; (2) la fusión de ambas firmas (internalización); (3) la asignación de derechos de propiedad sobre el río y negociación a la Coase (si los costos de transacción son bajos); o (4) un mercado de permisos de contaminación.

(c) Garavito (2020): oligopolio de Cournot con n firmas

Demanda $y(p) = a - p$, es decir $p = a - Y$ con $Y = \sum_{j=1}^n y_j$; costo unitario constante $c < a$. La firma i resuelve

$$\max_{y_i} \pi_i = (a - y_i - \sum_{j \neq i} y_j) y_i - c y_i.$$

CPO:

$$a - \sum_{j \neq i} y_j - 2y_i - c = 0.$$

En el equilibrio simétrico $y_j = y_i$ para todo j , de modo que $a - (n - 1)y_i - 2y_i - c = 0$, es decir

$$\boxed{y_i = \frac{a - c}{n + 1}}, \quad Y = \frac{n(a - c)}{n + 1}, \quad \boxed{p = a - Y = \frac{a + nc}{n + 1}}.$$

El beneficio de cada firma es

$$\pi_i = (p - c) y_i = \left(\frac{a + nc}{n + 1} - c \right) \frac{a - c}{n + 1} = \frac{(a - c)^2}{(n + 1)^2}.$$

Nótese que con $n = 1$ se recupera el monopolio y cuando $n \rightarrow \infty$, $p \rightarrow c$ y $\pi_i \rightarrow 0$: el resultado competitivo.

(d) Gravelle & Rees (2004): discriminación de tercer grado

Demandas $y_1 = 100 - p_1$, $y_2 = 200 - 2p_2$; costos $C = 5(y_1 + y_2)$, es decir $CMg = 5$.

Precios discriminados. En cada mercado, $IMg_k = CMg$:

$$\text{Mercado 1: } p_1 = 100 - y_1, \quad IMg_1 = 100 - 2y_1 = 5 \implies y_1 = 47.5, \quad p_1 = 52.5;$$

$$\text{Mercado 2: } p_2 = 100 - \frac{y_2}{2}, \text{ IMg}_2 = 100 - y_2 = 5 \implies y_2 = 95, p_2 = 52.5.$$

Los beneficios son

$$\pi_1 = (52.5 - 5)(47.5) = 2,256.25, \quad \pi_2 = (52.5 - 5)(95) = 4,512.50, \quad \pi = 6,768.75.$$

Precio único. La demanda agregada (para $p < 100$) es $y = y_1 + y_2 = 300 - 3p$, o $p = 100 - \frac{y}{3}$. Con $\text{IMg} = 100 - \frac{2y}{3} = 5$:

$$y = 142.5, \quad p = 52.5, \quad \pi = (52.5 - 5)(142.5) = 6,768.75.$$

Comentario. La discriminación no cambia nada: $p_1 = p_2 = 52.5$ y el beneficio es idéntico. La razón es que $y_2 = 2(100 - p_2)$ es simplemente la demanda del mercado 1 *escalada por 2*, por lo que ambas demandas tienen la misma elasticidad a cada precio. Por la regla del margen inverso, $\frac{p_k - \text{CMg}}{p_k} = -\frac{1}{\varepsilon_k}$, elasticidades iguales implican precios iguales: la discriminación de tercer grado sólo es rentable cuando las elasticidades difieren entre mercados.

Ejercicio 7

La tecnología es de proporciones fijas (Leontief): producir una unidad de y requiere exactamente δ unidades de trabajo (precio w) y θ unidades de capital (precio r). Se pide la relación entre η_{Lw} y ε_{YP_Y} , con r constante.

Costo unitario y precio. Como no hay sustitución posible ($\sigma = 0$), la demanda condicional de factores es *técnica*: $L = \delta Y$ y $K = \theta Y$. El costo unitario (= costo medio = costo marginal) es

$$c(w, r) = \delta w + \theta r,$$

y en una industria competitiva el precio del bien iguala este costo unitario: $P_Y = \delta w + \theta r$.

Demanda derivada de trabajo. Si la demanda de mercado del bien es $Y = Y(P_Y)$, la demanda derivada de trabajo de la industria es

$$L(w) = \delta Y(\delta w + \theta r).$$

Diferenciando con respecto a w (con r fijo, $dP_Y/dw = \delta$):

$$\frac{dL}{dw} = \delta Y'(P_Y) \cdot \delta = \delta^2 Y'(P_Y).$$

La elasticidad es entonces

$$\eta_{Lw} = \frac{dL}{dw} \cdot \frac{w}{L} = \delta^2 Y'(P_Y) \cdot \frac{w}{\delta Y} = \underbrace{Y'(P_Y) \frac{P_Y}{Y}}_{\varepsilon_{YP_Y}} \cdot \frac{\delta w}{P_Y}.$$

Definiendo la participación del trabajo en el costo unitario, $s_L \equiv \frac{\delta w}{\delta w + \theta r} \in (0, 1)$, se obtiene

$$\boxed{\eta_{Lw} = s_L \cdot \varepsilon_{YP_Y} = \frac{\delta w}{\delta w + \theta r} \varepsilon_{YP_Y}.$$

Interpretación. Este es el caso límite de las reglas de Marshall–Hicks de la demanda derivada cuando la elasticidad de sustitución es cero: sin efecto sustitución, *todo* el ajuste de la demanda de trabajo opera vía el efecto escala (encarecimiento del bien final). Como $0 < s_L < 1$, se cumple $|\eta_{Lw}| < |\varepsilon_{YP_Y}|$: la demanda derivada de trabajo es menos elástica que la demanda del producto, y lo es tanto más cuanto menor sea la participación del trabajo en el costo (la “importancia de no ser importante”). En el límite $s_L \rightarrow 1$ (el trabajo es casi todo el costo), $\eta_{Lw} \rightarrow \varepsilon_{YP_Y}$.

Examen Final 2023-I

Ejercicio 4

La empresa sólo demanda trabajo y su requerimiento de trabajo es

$$L(y) = y - y^2 + y^3.$$

Con tasa salarial w , la función de costos es directamente $C(y) = wL(y) = w(y - y^2 + y^3)$. No hay costos fijos.

(i) **Curva de oferta con $w = 1$.** Con $w = 1$: $C(y) = y - y^2 + y^3$, de modo que

$$\text{CMg}(y) = 1 - 2y + 3y^2, \quad \text{CVMe}(y) = \frac{C(y)}{y} = 1 - y + y^2.$$

El mínimo del CVMe se obtiene de $-1 + 2y = 0 \Rightarrow y = \frac{1}{2}$, con $\text{CVMe}(\frac{1}{2}) = \frac{3}{4} = \text{CMg}(\frac{1}{2})$. La oferta es la rama creciente del CMg por encima del mínimo del CVMe. Invertiendo $p = 3y^2 - 2y + 1$ (raíz mayor):

$$y^s(p) = \begin{cases} \frac{1 + \sqrt{3p - 2}}{3}, & p \geq \frac{3}{4}, \\ 0, & p < \frac{3}{4}. \end{cases}$$

(ii) **Producción con $p = 1$.**

$$y^s(1) = \frac{1 + \sqrt{3 - 2}}{3} = \frac{2}{3}.$$

(iii) **Beneficio a ese precio.**

$$\pi = py - C(y) = \frac{2}{3} - \left(\frac{2}{3} - \frac{4}{9} + \frac{8}{27} \right) = \frac{2}{3} - \frac{14}{27} = \frac{4}{27} \approx 0.148.$$

(iv) **Impuesto de 80% a las utilidades.** Con el impuesto la firma maximiza $(1 - 0.8)\pi(y) = 0.2\pi(y)$. Como $0.2 > 0$, el maximizador es el mismo: la CPO $p = \text{CMg}$ no cambia y las decisiones de producción y contratación de trabajo son *idénticas* ($y = 2/3$). Un impuesto proporcional a las utilidades *puras* no es distorsionador en el margen; sólo reduce el beneficio neto a $0.2 \times \frac{4}{27} = \frac{4}{135} \approx 0.03$. Como el beneficio después de impuestos sigue siendo positivo, tampoco induce salida de la industria en el largo plazo.

(v) **Rango de rendimientos crecientes.** Con un solo insumo, hay rendimientos crecientes donde el producto medio del trabajo es creciente o, equivalentemente (con w dado), donde el costo medio es decreciente:

$$\text{CMe}(y) = w(1 - y + y^2), \quad \frac{d\text{CMe}}{dy} = w(-1 + 2y) < 0 \iff y < \frac{1}{2}.$$

Rendimientos crecientes para $y \in (0, \frac{1}{2})$.

(Para $y > \frac{1}{2}$ los rendimientos son decrecientes; en $y = \frac{1}{2}$ son localmente constantes.)

Ejercicio 6

Siguiendo a Abramovitz (1986), el potencial de crecimiento de largo plazo está *inversamente* relacionado con el nivel de productividad: las economías rezagadas tienen el mayor potencial de convergencia (*catching up*). La tecnología es

$$y = A \cdot F(L, X),$$

donde A mide el cambio tecnológico y X son los bienes públicos provistos por el Estado (infraestructura de transporte).

Productividad del trabajo. La productividad (media) del trabajo es

$$\text{PMe}_L = \frac{y}{L} = \frac{A F(L, X)}{L}.$$

Si F es homogénea de grado 1 en (L, X) , esta expresión se puede escribir de forma más transparente:

$$\frac{y}{L} = A \cdot F\left(1, \frac{X}{L}\right),$$

es decir, la productividad laboral depende (positivamente) de dos cosas: el nivel tecnológico A y la dotación de bienes públicos *por trabajador* X/L . Análogamente, la productividad marginal es $\partial y / \partial L = A F_L(L, X)$, creciente en A y, bajo complementariedad ($F_{LX} > 0$), creciente en X .

Niveles iniciales antes del despegue. Si la economía está en crisis con productividad laboral muy baja, los tres objetos son *bajos* en la situación inicial:

- **A bajo:** tecnología atrasada respecto de la frontera mundial; la economía opera lejos de las mejores prácticas.
- **X bajo:** infraestructura pública escasa (transporte, conectividad), de modo que X/L es reducido.
- **$\partial F / \partial L$ bajo:** dado que el trabajo es relativamente abundante y los bienes públicos que lo complementan son escasos ($F_{LX} > 0$), cada trabajador adicional aporta poco; con rendimientos decrecientes en L , una fuerza laboral grande operando con poco X tiene productividad marginal reducida.

Supermodularidad. La complementariedad invocada arriba se formaliza con la noción de *supermodularidad*. Una función $F : \mathbb{R}_+^2 \rightarrow \mathbb{R}$ de clase C^2 es supermodular en (L, X) si y sólo si tiene *diferencias crecientes*:

$$F_{LX} = \frac{\partial^2 F}{\partial L \partial X} \geq 0,$$

es decir, la productividad marginal del trabajo es creciente en la provisión de bienes públicos (más carreteras hacen a cada trabajador más productivo en el margen). Nótese además que la tecnología completa $y = A \cdot F(L, X)$ es supermodular en la terna (A, L, X) : las derivadas cruzadas

$$\frac{\partial^2 y}{\partial A \partial L} = F_L \geq 0, \quad \frac{\partial^2 y}{\partial A \partial X} = F_X \geq 0, \quad \frac{\partial^2 y}{\partial L \partial X} = A F_{LX} \geq 0$$

son todas no negativas, de modo que tecnología, trabajo e infraestructura son complementos *dos a dos*.

Esto tiene dos implicancias. Primero, por estática comparativa monótona (Topkis; Milgrom–Shannon), un aumento de X o de A desplaza hacia arriba la demanda derivada de trabajo y el nivel óptimo de actividad: las inversiones públicas y la adopción tecnológica se *refuerzan* mutuamente en lugar de sustituirse. Segundo, explica por qué el despegue es no lineal: en la situación inicial, con A y X bajos, cada componente por separado rinde poco (F_L bajo), pero un aumento *simultáneo* de A y X rinde más que la suma de los aumentos aislados — la definición misma de supermodularidad, $F(z \vee z') + F(z \wedge z') \geq F(z) + F(z')$.¹ De ahí que el potencial de crecimiento de una economía rezagada sea grande pero condicional: se materializa cuando la capacidad social permite mover los complementos en conjunto, y la trampa de pobreza puede leerse como el equilibrio bajo de un sistema con complementariedades.

¿Por qué esto implica un alto potencial de crecimiento? Precisamente porque A y X parten de niveles bajos, sus *retornos marginales son altos*: adoptar tecnología ya existente (imitación es más barata que innovación) e invertir en infraestructura básica generan ganancias grandes de productividad. La complementariedad $F_{LX} > 0$ amplifica el efecto: cada sol invertido en X eleva además la productividad de *todo* el stock de trabajo. Este es el mecanismo de convergencia de Abramovitz: la brecha tecnológica es una “ventaja del atraso” (Gerschenkron), aunque — como advierte el propio Abramovitz — su aprovechamiento está condicionado a la *capacidad social* (instituciones, capital humano, Estado capaz de proveer X) que permita el despegue.

Ejercicio 7

La firma, tomadora de precios (precio p), puede producir con:

- **Tecnología laboral:** $L = y^2$ trabajadores a salario w , es decir costo $C_1(y) = w y^2$.
- **Tecnología de máquina:** hasta σ unidades con una máquina de costo (fijo) θ .

¹Aquí \vee y \wedge denotan las operaciones de *join* (supremo) y *meet* (ínfimo) del retículo \mathbb{R}^n con el orden parcial componente a componente: para $z, z' \in \mathbb{R}^n$, $z \vee z' \equiv (\max\{z_1, z'_1\}, \dots, \max\{z_n, z'_n\})$ y $z \wedge z' \equiv (\min\{z_1, z'_1\}, \dots, \min\{z_n, z'_n\})$. Por ejemplo, si $z = (A_{\text{alto}}, X_{\text{bajo}})$ y $z' = (A_{\text{bajo}}, X_{\text{alto}})$, entonces $z \vee z' = (A_{\text{alto}}, X_{\text{alto}})$ y $z \wedge z' = (A_{\text{bajo}}, X_{\text{bajo}})$: la desigualdad dice que subir *ambos* insumos a la vez rinde más que la suma de subirlos por separado. En general, $F : \mathcal{L} \rightarrow \mathbb{R}$ es supermodular en un retículo \mathcal{L} si cumple esta desigualdad para todo par z, z' ; cuando $F \in C^2(\mathbb{R}^n)$, es equivalente a $\partial^2 F / \partial z_i \partial z_j \geq 0$ para todo $i \neq j$ (Topkis, 1998).

Beneficio con cada tecnología. Con trabajadores:

$$\max_y p y - w y^2 \implies y_1^* = \frac{p}{2w}, \quad \pi_1 = \frac{p^2}{4w}.$$

Con la máquina, el costo θ es hundido una vez comprada y conviene usar toda la capacidad:

$$y_2^* = \sigma, \quad \pi_2 = p\sigma - \theta.$$

Rango de w para el cual elige trabajadores. Elige la tecnología laboral si $\pi_1 \geq \pi_2$:

$$\frac{p^2}{4w} \geq p\sigma - \theta.$$

- Si $p\sigma \leq \theta$, la máquina nunca es rentable ($\pi_2 \leq 0 \leq \pi_1$) y la firma produce con trabajadores para todo $w > 0$.
- Si $p\sigma > \theta$, la condición se puede despejar en w :

$$w \leq \bar{w} \equiv \frac{p^2}{4(p\sigma - \theta)}.$$

Para $w > \bar{w}$ la firma cambia a la máquina.

¿Cuándo un aumento de w eleva la producción? Mientras la firma usa trabajo, $y_1^* = p/(2w)$ es *decreciente* en w . El único canal por el cual un alza salarial puede *aumentar* la producción es el *cambio de tecnología*: cuando w cruza \bar{w} , la producción salta de

$$y_1^*(\bar{w}) = \frac{p}{2\bar{w}} = \frac{2(p\sigma - \theta)}{p} = 2\sigma - \frac{2\theta}{p} \quad \text{a} \quad y_2^* = \sigma.$$

El salto es hacia arriba si y sólo si

$$\sigma > 2\sigma - \frac{2\theta}{p} \iff p\sigma < 2\theta.$$

Combinando con la condición de que la máquina llegue a ser rentable ($p\sigma > \theta$):

$$\theta < p\sigma < 2\theta :$$

en ese rango de parámetros, un incremento de w que cruce el umbral $\bar{w} = \frac{p^2}{4(p\sigma - \theta)}$ induce a la firma a mecanizarse y su producción *aumenta* (de $2\sigma - 2\theta/p < \sigma$ a σ). Si en cambio $p\sigma \geq 2\theta$, la capacidad instalada σ es menor que la producción laboral en el umbral y el cambio tecnológico *reduce* la producción.