Facultad de Ciencias Sociales – Especialidad de Economía
Pontificia Universidad Católica del Perú (PUCP) – Ciclo 2026-1

Microeconomía 1

Práctica Dirigida 9

Profesor: José Gallardo Ku (j.gallardo@pucp.edu.pe)
Jefes de práctica: Marcelo Gallardo (marcelo.gallardo@pucp.edu.pe)
Raúl Amao (raul.amao@pucp.edu.pe)

Temas: fallas de mercado: monopolio y competencia imperfecta; modelo de la unidad doméstica.

Fallas de mercado: monopolio y competencia imperfecta

1. **Equilibrio del monopolio con costos lineales.** Considere una compañía farmacéutica que posee la patente de un nuevo medicamento para una enfermedad rara (es decir, tiene derechos de monopolio). La empresa enfrenta la demanda inversa $p(q) = 100 - 0.1\,q$ y una función de costos $C(q) = 4q$.

   (a) Encuentre la cantidad que maximiza las ganancias del monopolista, el precio correspondiente y las ganancias obtenidas.

   (b) Suponga ahora que el gobierno desea que el monopolista produzca la cantidad de equilibrio competitivo (el nivel de producción donde la demanda se cruza con la curva de costo marginal). Determine la cantidad de equilibrio competitivo.

   (c) Determine el subsidio por unidad producida que el gobierno debe ofrecer al monopolista para inducirlo a producir la cantidad de equilibrio competitivo hallada en (b).

   (d) ¿Cuál es el costo total para el gobierno de implementar dicho subsidio? ¿Cómo se ven afectadas las ganancias del monopolista?

Solución. **(a)** El monopolista maximiza beneficios igualando ingreso marginal a costo marginal, $IMg(q) = CMg(q)$, donde

$$IMg(q) = p(q) + \frac{\partial p(q)}{\partial q}\,q = 100 - 0.1q - 0.1q = 100 - 0.2q, \qquad CMg(q) = \frac{\partial C(q)}{\partial q} = 4.$$

Igualando,

$$100 - 0.2q = 4 \implies q^\star = 480.$$

Sustituyendo en la demanda inversa, $p^\star = 100 - 0.1(480) = 52$. El beneficio es

$$\pi^\star = p^\star q^\star - C(q^\star) = (52)(480) - 4(480) = 480(52 - 4) = \boxed{23\,040.}$$

(b) El equilibrio competitivo iguala precio y costo marginal, $p(q) = CMg(q)$:

$$100 - 0.1q = 4 \implies q_C = 960, \qquad p_C = CMg = 4.$$

Comparado con (a), el producto competitivo es mayor ($960 > 480$) y el precio menor (S/4 < S/52).

(c) Un subsidio s por unidad incrementa el ingreso marginal percibido:

$$IMg(q) = 100 - 0.2q + s.$$

En el óptimo $IMg(q) = CMg(q)$, evaluado en $q_C = 960$:

$$100 - 0.2(960) + s = 4 \implies -92 + s = 4 \implies \boxed{s = 96.}$$

(d) El subsidio total es

$$ST = s\,q_C = 96(960) = 92\,160.$$

El beneficio del monopolista, inducido a producir el nivel competitivo, es

$$\pi = \underbrace{p_C\,q_C - C(q_C)}_{=4(960)-4(960)=0} + ST = 0 + 92\,160 = \boxed{92\,160.}$$

En un equilibrio competitivo el beneficio económico es nulo; por ello el regulador induce al monopolista a producir una cantidad para la cual su beneficio económico es cero, pero debe otorgarle un subsidio (igual a ST) para que esté dispuesto a hacerlo. El costo total para el gobierno es $ST =$ S/ 92 160.

2. **Monopolio multiplanta.** Una empresa posee la patente de una tecnología que hace que la producción de concreto sea menos perjudicial para el medio ambiente (lo que le otorga un monopolio). Cuenta con dos plantas: una doméstica en Lima (D) y otra en Arequipa (A). La demanda es $p(q) = 250 - 10q$, con $q = q_D + q_A$. Los costos totales son

$$CT_D(q_D) = 5 + 10q_D + 4q_D^2, \qquad CT_A(q_A) = 15 + 4q_A + 5q_A^2.$$

Determine la producción óptima de cada planta y el precio que cobrará la empresa.

Solución. El monopolista maximiza el beneficio conjunto, con $p = 250 - 10(q_D + q_A)$:

$$\max_{q_D, q_A} \pi = \big[250 - 10q_D - 10q_A\big](q_D + q_A) - CT_D(q_D) - CT_A(q_A).$$

Las condiciones de primer orden son

$$\frac{\partial \pi}{\partial q_D} = 250 - 20q_D - 20q_A - (10 + 8q_D) = 240 - 28q_D - 20q_A = 0,$$
$$\frac{\partial \pi}{\partial q_A} = 250 - 20q_D - 20q_A - (4 + 10q_A) = 246 - 20q_D - 30q_A = 0.$$

Resolviendo el sistema,

$$\begin{cases} 28q_D + 20q_A = 240, \\ 20q_D + 30q_A = 246, \end{cases} \implies q_D = \tfrac{57}{11} \approx 5.18, \qquad q_A = \tfrac{261}{55} \approx 4.75.$$

La producción agregada es $q = q_D + q_A = \frac{546}{55} \approx 9.93$, y el precio

$$p = 250 - 10\left(\tfrac{546}{55}\right) \approx \boxed{150.73.}$$

3. Ratio entre gasto en publicidad y ventas. Considere un monopolista cuya elasticidad-precio de la demanda es $\varepsilon_{q,p} = -2.5$ y cuya elasticidad de la demanda respecto a la publicidad es $\varepsilon_{q,A} = 0.5$. ¿Cuál es el ratio óptimo entre el gasto en publicidad y las ventas? Comente cómo la elasticidad-precio afecta dicho ratio.

Solución. El monopolista elige el nivel de publicidad A que maximiza

$$\max_A \ \pi = p \cdot q(p, A) - C\big(q(p, A)\big) - A,$$

donde la demanda $q(p, A)$ aumenta con A. La condición de primer orden respecto a A es

$$\big(p - CMg\big)\frac{\partial q(p, A)}{\partial A} = 1.$$

Definiendo la elasticidad-publicidad $\varepsilon_{q,A} = \dfrac{\partial q}{\partial A}\dfrac{A}{q}$, es decir $\dfrac{\partial q}{\partial A} = \varepsilon_{q,A}\dfrac{q}{A}$, se obtiene

$$\big(p - CMg\big)\,\varepsilon_{q,A}\,\frac{q}{A} = 1 \implies \frac{p - CMg}{p} = \frac{1}{\varepsilon_{q,A}}\,\frac{A}{p\,q}.$$

Por el índice de Lerner, $\dfrac{p - CMg}{p} = -\dfrac{1}{\varepsilon_{q,p}}$. Igualando ambas expresiones,

$$\boxed{\frac{A}{p\,q} = -\frac{\varepsilon_{q,A}}{\varepsilon_{q,p}}.}$$

El lado izquierdo es el ratio entre gasto en publicidad y ventas. Para dos mercados con la misma $\varepsilon_{q,p}$, el ratio es mayor donde la demanda sea más sensible a la publicidad (mayor $\varepsilon_{q,A}$).

En este caso,

$$\frac{A}{p\,q} = -\frac{0.5}{-2.5} = 0.2,$$

es decir, el gasto en publicidad debe representar el 20% de los ingresos. A medida que la demanda se vuelve más elástica (mayor $|\varepsilon_{q,p}|$), el ratio disminuye: el precio tiene un impacto relativamente mayor sobre las ventas que la publicidad, por lo que resulta óptimo reducir el gasto publicitario.

4. **Discriminación de precios con diferentes demandas.** Un monopolista vende en dos mercados con demandas distintas que puede observar, practicando discriminación de tercer grado. El costo marginal es $c > 0$ en ambos mercados.

   (a) **Demanda lineal.** La demanda inversa en el mercado i es $p_i(q_i) = a_i - b_i q_i$, con $i = \{1, 2\}$. Encuentre precio y cantidad óptimos en cada mercado. ¿Bajo qué condiciones sobre (a_i, b_i) y c cobrará el mismo precio en ambos?

   (b) **Demanda de elasticidad constante.** La demanda directa es $q_i(p_i) = A_i p_i^{-b_i}$, con $i = \{1, 2\}$, donde $-b_i$ es la elasticidad-precio (constante). Encuentre precio y cantidad óptimos. ¿Bajo qué condiciones sobre (A_i, b_i) y c cobrará el mismo precio en ambos?

Solución. **(a)** El problema se separa en dos:

$$\max_{q_i} \ \pi_i = (a_i - b_i q_i) q_i - c\, q_i.$$

La condición de primer orden es $a_i - 2b_i q_i - c = 0$, de donde

$$q_i = \frac{a_i - c}{2b_i}, \qquad p_i = a_i - b_i\left(\frac{a_i - c}{2b_i}\right) = \frac{a_i + c}{2}.$$

Los precios coinciden si $\dfrac{a_1 + c}{2} = \dfrac{a_2 + c}{2}$, es decir, únicamente si $a_1 = a_2$: el monopolista cobra el mismo precio solo cuando el intercepto vertical de la demanda es idéntico en ambos mercados.

(b) Con elasticidad constante $\varepsilon_{q,p} = -b_i$, la regla de la elasticidad inversa da

$$p_i = \frac{c}{1 + \dfrac{1}{\varepsilon_{q,p}}} = \frac{c}{1 - \dfrac{1}{b_i}} = \frac{b_i\, c}{b_i - 1}.$$

Igualando precios,

$$\frac{b_1 c}{b_1 - 1} = \frac{b_2 c}{b_2 - 1} \implies b_1(b_2 - 1) = b_2(b_1 - 1) \implies b_1 = b_2.$$

Los precios coinciden cuando ambos mercados tienen la misma elasticidad-precio de la demanda.

5. Duopolio simétrico de Cournot. Dos empresas de suministros médicos abastecen de estetoscopios y compiten à la Cournot: Hearts Beat (H) y Lungs Breathe (L). La demanda inversa es $p = 50 - 2(q_H + q_L)$ y ambas tienen el mismo costo total $C(q_i) = 5q_i$.

(a) Escriba el problema de maximización de beneficios de cada empresa.

(b) Encuentre la función de reacción de cada empresa.

(c) Determine la cantidad de equilibrio de cada empresa y el precio de mercado.

Solución. **(a)** Los problemas son

$$\max_{q_H} \ \pi_H = \big[50 - 2(q_H + q_L)\big]q_H - 5q_H, \qquad \max_{q_L} \ \pi_L = \big[50 - 2(q_H + q_L)\big]q_L - 5q_L.$$

(b) Derivando π_H respecto a q_H:

$$\frac{\partial \pi_H}{\partial q_H} = 50 - 4q_H - 2q_L - 5 = 0 \implies q_H(q_L) = \frac{45}{4} - \frac{1}{2}q_L.$$

La función de reacción tiene intercepto $\frac{45}{4} = 11.25$ y decrece a tasa $\frac{1}{2}$. Por simetría,

$$q_L(q_H) = \frac{45}{4} - \frac{1}{2}q_H.$$

Ambas reacciones son simétricas, ya que las empresas enfrentan la misma demanda y los mismos costos.

(c) En el equilibrio simétrico $q_H = q_L = q$:

$$q = \frac{45}{4} - \frac{1}{2}q \implies \frac{3}{2}q = \frac{45}{4} \implies q = \frac{45}{4} \cdot \frac{2}{3} = 7.5.$$

Cada empresa produce 7.5 estetoscopios. El precio de mercado es

$$p = 50 - 2(q_H + q_L) = 50 - 2(7.5 + 7.5) = \boxed{20.}$$

6. Duopolio de Bertrand. Dos empresas idénticas compiten en un duopolio con costo marginal constante de S/10 por unidad. Las demandas son

$$q_1 = 100 - 2p_1 + p_2, \qquad q_2 = 100 - 2p_2 + p_1.$$

(a) Determine el equilibrio de Bertrand.

(b) Si el costo marginal de la empresa 1 es S/30 y el de la empresa 2 es S/10, determine el equilibrio de Bertrand.

Solución. **(a)** La empresa 1 maximiza $\pi_1 = (p_1 - 10)(100 - 2p_1 + p_2)$. La condición de primer orden es

$$\frac{\partial \pi_1}{\partial p_1} = 100 - 2p_1 + p_2 - 2(p_1 - 10) = 120 - 4p_1 + p_2 = 0 \implies p_1 = 30 + \tfrac{1}{4}p_2.$$

Análogamente $p_2 = 30 + \frac{1}{4}p_1$. La intersección de las mejores respuestas da el equilibrio de Nash–Bertrand:

$$p_1^\star = p_2^\star = 40, \qquad q_1^\star = q_2^\star = 100 - 2(40) + 40 = 60, \qquad Q^\star = 120.$$

(b) Con $CMg_1 = 30$, la empresa 1 maximiza $\pi_1 = (p_1 - 30)(100 - 2p_1 + p_2)$:

$$\frac{\partial \pi_1}{\partial p_1} = 160 - 4p_1 + p_2 = 0 \implies p_1 = 40 + \tfrac{1}{4}p_2,$$

mientras que para la empresa 2 ($CMg_2 = 10$) se mantiene $p_2 = 30 + \frac{1}{4}p_1$. Resolviendo el sistema,

$$p_1^\star = \frac{152}{3} \approx 50.67, \qquad p_2^\star = \frac{128}{3} \approx 42.67.$$

Sustituyendo en las demandas,

$$q_1^\star = \frac{124}{3} \approx 41.33, \qquad q_2^\star = \frac{196}{3} \approx 65.33, \qquad Q^\star = \frac{320}{3} \approx 106.67.$$

La empresa con menor costo marginal fija un precio más bajo y produce una mayor cantidad.

Modelo de la unidad doméstica

7. Sea una familia campesina que produce y consume un bien x, consume un bien y que compra en el mercado, y asigna parte del tiempo total al ocio h. La utilidad es

$$U(x, y, h) = x^{1/2} + y + h^{1/2}.$$

Para producir x, la familia emplea trabajo y maquinaria con función de producción

$$q_x = l_x^{2/5}\, k_x^{1/5},$$

donde l_x son horas de trabajo y k_x la cantidad de máquinas (precio de la máquina normalizado a 1). Sea $\bar{T}$ el tiempo total disponible.

(a) Plantee el problema de optimización de la familia.

(b) Resuélvalo y halle las demandas de ambos bienes, la oferta del bien x al mercado y las demandas de trabajo y maquinaria de la unidad productiva.

(c) Determine la función de oferta (o demanda) de trabajo al (del) mercado.

Solución. **(a)** El problema de la familia es

$$\max_{x,y,h,l_x,k_x} U = x^{1/2} + y + h^{1/2} \quad \text{s.a.} \quad w\bar{T} + \Pi = p_x x + p_y y + wh,$$

$$q_x = l_x^{2/5} k_x^{1/5}, \qquad \Pi = p_x q_x - w l_x - k_x, \qquad \bar{T} = h + l_x + l_m = h + l_f,$$

donde $l_f = l_x + l_m$ es el trabajo total de la familia y l_m el trabajo ofrecido al mercado.

(b) Construimos el lagrangiano

$$\mathcal{L} = x^{1/2} + y + h^{1/2} + \lambda\big[w\bar{T} + (p_x q_x - w l_x - k_x) - p_x x - p_y y - wh\big].$$

Las condiciones de primer orden son

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x} = \tfrac{1}{2} x^{-1/2} - \lambda p_x = 0, \tag{1}$$
$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial y} = 1 - \lambda p_y = 0, \tag{2}$$
$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial h} = \tfrac{1}{2} h^{-1/2} - \lambda w = 0, \tag{3}$$
$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial l_x} = \lambda\left(p_x \frac{\partial q_x}{\partial l_x} - w\right) = 0, \tag{4}$$
$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial k_x} = \lambda\left(p_x \frac{\partial q_x}{\partial k_x} - 1\right) = 0. \tag{5}$$

Bloque productivo. Como $\lambda \neq 0$, las ecuaciones (4) y (5) se resuelven en forma separada del resto del sistema (propiedad de separabilidad de la unidad doméstica):

$$p_x\left(\tfrac{2}{5} l_x^{-3/5} k_x^{1/5}\right) = w, \qquad p_x\left(\tfrac{1}{5} l_x^{2/5} k_x^{-4/5}\right) = 1.$$

Dividiendo ambas expresiones,

$$\frac{2k_x}{l_x} = w \implies k_x = \frac{w}{2}\, l_x.$$

Sustituyendo en la primera condición y despejando se obtienen las demandas de factores:

$$\boxed{l_x^d = \frac{4}{w^2}\left(\frac{p_x}{5}\right)^{5/2}, \qquad k_x^d = \frac{2}{w}\left(\frac{p_x}{5}\right)^{5/2}.}$$

El nivel de producción resultante es

$$q_x = \big(l_x^d\big)^{2/5}\big(k_x^d\big)^{1/5} = \frac{2}{w}\left(\frac{p_x}{5}\right)^{3/2},$$

y el beneficio de la unidad productiva,

$$\Pi = p_x q_x - w l_x^d - k_x^d = \left(\frac{10}{w} - \frac{4}{w} - \frac{2}{w}\right)\left(\frac{p_x}{5}\right)^{5/2} = \frac{4}{w}\left(\frac{p_x}{5}\right)^{5/2}.$$

Bloque de consumo. Dividiendo (1) entre (2) y (2) entre (3):

$$\frac{1}{2}x^{-1/2} = \frac{p_x}{p_y} \implies \boxed{x^d = \frac{p_y^2}{4p_x^2},} \qquad \frac{1}{2}h^{-1/2} = \frac{w}{p_y} \implies \boxed{h^d = \frac{p_y^2}{4w^2}.}$$

Reemplazando x^d, h^d y Π en la restricción presupuestaria y despejando y:

$$\boxed{y^d = \frac{w\bar{T}}{p_y} + \frac{4}{p_y\, w}\left(\frac{p_x}{5}\right)^{5/2} - \frac{p_y(w+p_x)}{4\, p_x\, w}.}$$

La oferta del bien x al mercado es la producción menos el autoconsumo:

$$\boxed{x^s = q_x - x^d = \frac{2}{w}\left(\frac{p_x}{5}\right)^{3/2} - \frac{p_y^2}{4p_x^2}.}$$

(c) El trabajo total de la familia es $l_f = \bar{T} - h$, y la oferta de trabajo al mercado (siempre que sea positiva) es $l_m = \bar{T} - (h + l_x)$:

$$l_f = \bar{T} - \frac{p_y^2}{4w^2}, \qquad \boxed{l_m = \bar{T} - \left[\frac{p_y^2}{4w^2} + \frac{4}{w^2}\left(\frac{p_x}{5}\right)^{5/2}\right].}$$

Si $l_m > 0$ la familia ofrece trabajo al mercado; si $l_m < 0$ la familia demanda trabajo del mercado.