Facultad de Ciencias Sociales – Especialidad de Economía
Pontificia Universidad Católica del Perú (PUCP) – Ciclo 2026-1

Microeconomía 1

Práctica Dirigida 6

Profesor: José Gallardo Ku

Sección 1: Ejercicios para la PD

1. **Consumo intertemporal en dos períodos.** El horizonte del consumidor se divide en dos períodos ($t = 1, 2$). Los precios son $p_1, p_2 > 0$, las cantidades consumidas c_1, c_2 y la fuente de financiamiento es el flujo de ingresos monetarios $I_1, I_2 > 0$.

   (a) Compare gráficamente el conjunto factible bajo los escenarios: (i) sin intermediación financiera (el agente puede ahorrar parte de I_1 sin rendimiento pero no puede endeudarse); (ii) mercado de capitales perfecto (puede ahorrar y endeudarse a la misma tasa i). Identifique interceptos y pendiente de las rectas presupuestales.

   Asuma en adelante mercado de capitales perfecto y tasa de inflación π entre períodos. La función de utilidad intertemporal es

$$u(c_1, c_2) = v(c_1) + \frac{1}{1+\phi}\, v(c_2), \qquad \phi > 0.$$

   (b) Plantee el problema de optimización y, a partir de las CPO, identifique la condición para que la senda óptima satisfaga $c_1^* = c_2^*$. Exprese dicha condición en términos de la tasa de interés real r (con $1 + r = (1 + i)/(1 + \pi)$[1]

   (c) Si la condición de (b) se cumple y $(1 + \pi)I_1 > I_2$, ¿el agente es ahorrista o prestatario en el período 1? Grafique la solución óptima en el plano (c_1, c_2) y compárela con el punto de dotación.

   (d) Particularice $v(c) = \ln c$. Determine c_1^*, c_2^*. Si además el consumidor no puede endeudarse en el período 1, explique brevemente cómo cambia la solución cuando la restricción de no endeudamiento es vinculante.

   (e) A partir de (d), analice los signos de $\partial c_1^*/\partial i$, $\partial c_2^*/\partial i$, $\partial c_1^*/\partial \phi$, $\partial c_2^*/\partial \phi$.

2. **Consumo intertemporal en tres períodos con utilidad logarítmica.** Consumidor con tres períodos, ingresos $I_1, I_2, I_3 > 0$, precios $p_1, p_2, p_3 > 0$, tasa de interés i constante (puede

[1] La ecuación de Fisher $1 + r = (1 + i)/(1 + \pi)$ relaciona la tasa de interés *nominal* i (rendimiento monetario del ahorro entre t y $t+1$) con la tasa de interés *real* r (rendimiento en términos de poder adquisitivo, una vez descontada la inflación π). Si $p_2 = p_1(1 + \pi)$, un sol ahorrado en $t = 1$ se transforma en $1 + i$ soles en $t = 2$, pero esos soles compran solo $(1 + i)/(1 + \pi)$ unidades de bien al precio p_2; ese cociente es $1 + r$. Para π pequeño, $r \approx i - \pi$.

ahorrar o endeudarse), y preferencias

$$u(c_1, c_2, c_3) = \ln(c_1) + \frac{1}{1+\phi}\ln(c_2) + \frac{1}{(1+\phi)^2}\ln(c_3), \qquad \phi > 0.$$

(a) Halle las demandas óptimas c_1^*, c_2^*, c_3^*.

(b) Analice cómo cambian las demandas óptimas ante un incremento permanente del ingreso, $dI_1 = dI_2 = dI_3 > 0$. Interprete.

3. **Consumo intertemporal CRRA en $T+1$ períodos (extensión).** Considere $T+1$ períodos, $\beta \in (0,1)$, tasa de interés $r > 0$, dotaciones $\{y_t\}_{t=0}^{T}$ y riqueza intertemporal $W = \sum_{t=0}^{T} y_t/(1+r)^t$. Las preferencias son

$$U = \sum_{t=0}^{T} \beta^t u(c_t), \qquad u(c) = \frac{c^{1-\sigma}-1}{1-\sigma} \quad (\sigma > 0,\ \sigma \neq 1).$$

(a) Plantee el lagrangiano y obtenga la CPO respecto a c_t. Deduzca la ecuación de Euler $u'(c_t) = \beta(1+r)\,u'(c_{t+1})$.

(b) Muestre que la senda óptima satisface

$$\frac{c_{t+1}}{c_t} = [\beta(1+r)]^{1/\sigma} \quad \Longrightarrow \quad c_t = c_0\,[\beta(1+r)]^{t/\sigma}.$$

Discuta el rol de σ (inversa de la elasticidad de sustitución intertemporal) frente al signo de $\beta(1+r) - 1$.

(c) Sustituya el perfil óptimo en la restricción presupuestal y resuelva c_0 en términos de W.

(d) Recupere el caso logarítmico en el límite $\sigma \to 1 u_{CRRA}(c) = \ln c$.

(e) Particularice $\beta(1+r) = 1$ con $y_t = y$ constante: demuestre $c_t = y$ para todo t.[2]

4. **Modelo de compra-venta: hogar campesino.** Un hogar campesino consume papa (x) y arroz (y). La papa corresponde a su producción agrícola (autoconsumo o venta) y el arroz se

[2] *Extensión estocástica (nota opcional).* Si las dotaciones futuras son aleatorias, el problema se reformula con utilidad esperada:

$$\max_{\{c_t\}} \mathbb{E}_0\left[\sum_{t=0}^{T} \beta^t u(c_t)\right] \quad \text{s.a.} \quad A_{t+1} = (A_t - c_t)(1+r) + y_{t+1}, \;\; A_0 \text{ dado,}$$

con c_t medible respecto a la información disponible en t. Definimos la esperanza condicional $\mathbb{E}_t[X] \equiv \mathbb{E}[X \mid \mathcal{F}_t]$, donde $\mathcal{F}_t$ es la σ-álgebra (filtración) generada por las realizaciones de $\{y_s\}_{s \le t}$, esto es, todo lo observado hasta t. Por la ley de esperanzas condicionales iteradas $\mathbb{E}_s[\mathbb{E}_t[X]] = \mathbb{E}_s[X]$ para $s \le t$. La ecuación de Euler determinista se reemplaza por su versión condicional

$$u'(c_t) = \beta(1+r)\,\mathbb{E}_t[u'(c_{t+1})].$$

Bajo utilidad cuadrática $u(c) = c - \frac{\gamma}{2}c^2$ y $\beta(1+r) = 1$, la linealidad de $u'(c) = 1 - \gamma c$ permite extraerla del operador esperanza:

$$1 - \gamma c_t = \mathbb{E}_t[1 - \gamma c_{t+1}] = 1 - \gamma\,\mathbb{E}_t[c_{t+1}] \implies \mathbb{E}_t[c_{t+1}] = c_t,$$

i.e., $\{c_t\}$ es una martingala (caminata aleatoria de Hall, JPE 1978). Bajo CRRA, $u'(c) = c^{-\sigma}$ es estrictamente convexa ($u''' > 0$) y Jensen entrega $\mathbb{E}_t[c_{t+1}] \ge c_t$ con desigualdad estricta si $\mathrm{Var}_t(c_{t+1}) > 0$: aparece *ahorro precautorio.* Estos casos se desarrollan en el ejercicio para casa sobre caminata aleatoria.

compra en el mercado. Los precios de mercado se denotan por el vector $\mathbf{p} = (p_x, p_y) \in \mathbb{R}^2_{++}$. El hogar dispone inicialmente de una dotación $\mathbf{w}^E = (x^E, y^E)$ y dinero I_0. Las preferencias son

$$u(x, y) = \ln(x) + y.$$

Para el ejercicio, denotamos los tres efectos de la descomposición de Slutsky con dotación como

$ES =$ Efecto Sustitución, $\quad EIO =$ Efecto Ingreso Ordinario, $\quad EID =$ Efecto Ingreso Dotación.

(a) Halle las demandas marshallianas y las demandas hicksianas.

(b) Verifique la descomposición del efecto precio generada por una variación en p_x sobre las demandas de ambos bienes, utilizando la ecuación de Slutsky con dotación: $ET = ES + EIO + EID$.

(c) Descomponga gráficamente el efecto total ante una reducción de p_x, considerando que el hogar es ofertante neto del bien agrícola.

5. Demanda agregada: empresa de transporte. Una empresa de transporte brinda sus servicios a tres tipos de usuarios: comerciantes, agricultores y estudiantes. Las funciones de demanda individual son

$$q_c = 170 - 17P, \qquad q_a = 500 - 25P, \qquad q_s = 560 - 40P,$$

donde P es el precio de mercado.

(a) Encuentre la ecuación de la demanda de mercado $Q^d(P)$ y grafíquela en el plano (Q, P).

(b) Calcule la elasticidad precio de la demanda en $P = 5$ y $P = 16$. Interprete.

Sección 2: Ejercicios para la casa

6. **Consumo intertemporal cuadrático, certeza equivalente y caminata aleatoria (*)** Tres períodos ($t = 0, 1, 2$), $u(c) = c - \frac{\gamma}{2}c^2$ con $\gamma > 0$ pequeño (solución interior, $c < 1/\gamma$), $\beta(1 + r) = 1$, y dinámica de riqueza

$$A_{t+1} = (A_t - c_t)(1 + r) + y_{t+1}, \qquad A_0 = y_0.$$

   (a) *Caso determinista.* Con (y_0, y_1, y_2) conocidos: derive la Euler $u'(c_t) = u'(c_{t+1})$, concluya $c_0 = c_1 = c_2 \equiv \bar{c}$ y exprese $\bar{c}$ en términos de $W = \sum_t y_t/(1 + r)^t$.

   (b) *Caso estocástico.* Ahora y_2 es aleatorio con $\mathbb{E}_0[y_2] = \bar{y}_2$. De la ecuación de Euler $u'(c_t) = \mathbb{E}_t[u'(c_{t+1})]$ y la linealidad de $u'(c) = 1 - \gamma c$, deduzca $\mathbb{E}_t[c_{t+1}] = c_t$ (caminata aleatoria, Hall 1978).

   (c) Use la ley de esperanzas condicionales iteradas $\mathbb{E}_0[c_2] = \mathbb{E}_0[\mathbb{E}_1[c_2]]$ junto con la restricción intertemporal en valor esperado para demostrar que c_0 coincide con el valor del caso determinista al sustituir y_2 por $\bar{y}_2$.

   (d) *Ahorro precautorio bajo CRRA.* Sustituya $u(c) = (c^{1-\sigma} - 1)/(1 - \sigma)$ en la ecuación de Euler. Verifique $u''' > 0$ y aplique la desigualdad de Jensen para obtener $\mathbb{E}_t[c_{t+1}] \geq c_t$, con desigualdad estricta si $\text{Var}_t(c_{t+1}) > 0$.

7. **Ecuación de Slutsky con dotación y utilidad CES.** Sea $x_i(\mathbf{p}, I)$ la demanda marshalliana estándar (con ingreso I exógeno) y $\tilde{x}_i(\mathbf{p}, \mathbf{w}) \equiv x_i(\mathbf{p}, \mathbf{p}\cdot\mathbf{w})$ la demanda walrasiana con dotación $\mathbf{w} \in \mathbb{R}^L_+$. Denotamos ES, EIO y EID por los efectos sustitución, ingreso ordinario e ingreso dotación, respectivamente.

   (a) Aplique la regla de la cadena a $\tilde{x}_i(\mathbf{p}, \mathbf{w})$ respecto a p_j y, sustituyendo la ecuación de Slutsky clásica $\partial x_i/\partial p_j = \partial h_i/\partial p_j - x_j\, \partial x_i/\partial I$, deduzca

$$\frac{\partial \tilde{x}_i}{\partial p_j} = \underbrace{\frac{\partial h_i}{\partial p_j}}_{ES} \underbrace{- x_j \frac{\partial x_i}{\partial I}}_{EIO} \underbrace{+ w_j \frac{\partial x_i}{\partial I}}_{EID}.$$

   (b) Para $u(y_1, y_2) = \sqrt{y_1} + \sqrt{y_2}$, derive: (i) demandas marshallianas $y_1(\mathbf{p}, I), y_2(\mathbf{p}, I)$; (ii) utilidad indirecta $v(\mathbf{p}, I)$; (iii) función de gasto $e(\mathbf{p}, \bar{u})$; (iv) demanda hicksiana $h_1(\mathbf{p}, \bar{u})$ vía Shephard.

   (c) Con dotación $\mathbf{w}^E = (4, 1)$ y precios $\mathbf{p}^0 = (1, 1)$, $\mathbf{p}^1 = (4, 1)$, ante el cambio de precios $\mathbf{p}^0 \to \mathbf{p}^1$ defina los siguientes objetos:
   - $I^0 = \mathbf{p}^0 \cdot \mathbf{w}^E$ e $I^1 = \mathbf{p}^1 \cdot \mathbf{w}^E$: ingreso pleno bajo los precios inicial y final.
   - $V^0 = v(\mathbf{p}^0, I^0)$: utilidad alcanzada bajo la situación inicial.
   - $m' = e(\mathbf{p}^1, V^0)$: ingreso compensador (gasto mínimo, a los nuevos precios, para mantener la utilidad V^0).

- $y_1^0 = y_1(\mathbf{p}^0, I^0)$ e $y_1^1 = y_1(\mathbf{p}^1, I^1)$: cantidades demandadas walrasianas inicial y final.
- $\Delta y_1 = y_1^1 - y_1^0$: efecto total sobre la demanda walrasiana.
- $\Delta y_1^{ES} = h_1(\mathbf{p}^1, V^0) - y_1^0$: efecto sustitución (cambio en la hicksiana a utilidad fija).
- $\Delta y_1^{EIO} = y_1(\mathbf{p}^1, I^0) - y_1(\mathbf{p}^1, m')$: efecto ingreso ordinario (cambio en la marshalliana al pasar del ingreso compensado m' al ingreso fijo I^0, a precios nuevos).
- $\Delta y_1^{EID} = y_1(\mathbf{p}^1, I^1) - y_1(\mathbf{p}^1, I^0)$: efecto ingreso dotación (cambio en la marshalliana por la variación del ingreso pleno $I^0 \to I^1$, a precios nuevos).

Calcule todos estos objetos numéricamente y verifique $\Delta y_1 = \Delta y_1^{ES} + \Delta y_1^{EIO} + \Delta y_1^{EID}$.

8. **Ingreso, ingreso marginal y elasticidad.** Denote $R = p \cdot X$ con $X = X(p)$ la demanda de mercado.

   (a) Demuestre $dR/dp = X(p)\,(1 - \varepsilon(p))$ y $dR/dX = p\,(1 - 1/\varepsilon(p))$, con $\varepsilon = -(p/X)\,dX/dp$.

   (b) Para $X = 150 - 3p$: halle p^* maximizando R, calcule R^* y verifique $\varepsilon(p^*) = 1$.

   (c) Para $X = A\,p^{-\eta}$: distinga los casos $\eta > 1$, $\eta < 1$ y $\eta = 1$. ¿En qué dirección conviene mover p? ¿Hay óptimo interior?

Aviso sobre el Ejercicio 9

El Ejercicio 9 es opcional en su totalidad. Es solo para el estudiante interesado en profundizar algunos conceptos de agregación. Las partes (a)–(g) son autocontenidas y solo requieren la identidad de Roy y álgebra de demandas. Las partes (h) e (i) invocan adicionalmente conceptos de teoría de la medida y análisis convexo.

9. Agregación de demanda, consumidor representativo y conexión con equilibrio general.

Motivación. En macroeconomía y análisis de políticas se trata a la economía como si fuera un *consumidor representativo* (modelos RBC, crecimiento, Nuevo-Keynesianos, optimal taxation). Sin embargo, los hogares reales difieren en preferencias e ingresos. Surgen cuatro preguntas precisas:

- *Redistributiva.* Si el Estado transfiere ingreso de un hogar a otro manteniendo el total, ¿cambia la demanda agregada?
- *Agregación.* ¿Bajo qué condiciones la demanda agregada $X(\mathbf{p}, W)$ depende solo del ingreso total $W = \sum w_i$ y no de la distribución $(w_1, \ldots, w_M)$?
- *Consumidor representativo.* ¿Cuándo la demanda agregada se racionaliza como la decisión óptima de un único consumidor ficticio?
- *Equilibrio general.* En un equilibrio walrasiano, ¿las propiedades de Slutsky y WARP individuales sobreviven a nivel agregado, garantizando unicidad y estabilidad?

Gorman (1953) responde las tres primeras al caracterizar la clase de preferencias bajo la cual la agregación es "limpia". El teorema de Sonnenschein–Mantel–Debreu (en adelante *SMD*, 1972–74) responde la cuarta con un resultado negativo. Aumann (1964) ofrece una vía alternativa: en mercados grandes idealizados, la regularidad agregada se restaura.

Notación. A lo largo del ejercicio, el subíndice $i \in \{1, \ldots, M\}$ denota al consumidor (individuo) y el subíndice $j \in \{1, \ldots, L\}$ denota al bien. Vectores en negrita: $\mathbf{p} = (p_1, \ldots, p_L)$, $\mathbf{w} = (w_1, \ldots, w_M)$.

Considere M consumidores con utilidades indirectas en *forma de Gorman*:

$$v_i(\mathbf{p}, w_i) = a_i(\mathbf{p}) + b(\mathbf{p})\, w_i,$$

con $b(\mathbf{p})$ *común* a todos los consumidores y $a_i(\mathbf{p})$ heterogénea. Asuma diferenciabilidad y $b(\mathbf{p}) \neq 0$.

(a) *Identidad de Roy.* Aplique $x_{ij}(\mathbf{p}, w_i) = -(\partial v_i/\partial p_j)/(\partial v_i/\partial w_i)$ para demostrar que la demanda marshalliana es afín en el ingreso:

$$x_{ij}(\mathbf{p}, w_i) = \alpha_{ij}(\mathbf{p}) + \beta_j(\mathbf{p})\, w_i.$$

Identifique $\alpha_{ij}(\mathbf{p})$ y $\beta_j(\mathbf{p})$. Argumente por qué $\beta_j(\mathbf{p})$ es común a todos los consumidores mientras que $\alpha_{ij}(\mathbf{p})$ es heterogénea, e interprete $\beta_j(\mathbf{p})$ como la *propensión marginal a consumir* el bien j.

(b) *Curvas de Engel paralelas.* La curva de Engel del consumidor i en el bien j es la función $w_i \mapsto x_{ij}(\mathbf{p}, w_i)$ a precios fijos. Muestre que bajo Gorman estas curvas son rectas *paralelas* entre consumidores: misma pendiente $\beta_j(\mathbf{p})$, distintos interceptos $\alpha_{ij}(\mathbf{p})$.

(c) *Agregación.* Sumando sobre i, demuestre

$$X_j(\mathbf{p}, w_1, \ldots, w_M) = A_j(\mathbf{p}) + \beta_j(\mathbf{p})\, W, \quad A_j(\mathbf{p}) = \sum_i \alpha_{ij}(\mathbf{p}),\ W = \sum_i w_i.$$

Concluya que la demanda agregada depende del vector de ingresos *solo a través de la suma.*

(d) *Consumidor representativo.* Defina $V(\mathbf{p}, W) \equiv A(\mathbf{p}) + b(\mathbf{p})W$ con $A(\mathbf{p}) = \sum_i a_i(\mathbf{p})$. Aplique Roy a V y verifique que recupera $X_j(\mathbf{p}, W)$ del paso (c).

(e) *Caso especial 1: homotéticas idénticas.* Suponga que todos los u_i son la misma utilidad homogénea de grado 1. Demuestre que $v(\mathbf{p}, w_i) = b(\mathbf{p})w_i$ con $a_i \equiv 0$. Verifique que es caso particular de Gorman y que las curvas de Engel coinciden (no solo paralelas).

(f) *Caso especial 2: quasilineales.* Sea $u_i(x_0, x_1, \ldots, x_L) = x_0 + \sum_{j=1}^{L} \varphi_{ij}(x_j)$ con φ_{ij} estrictamente cóncava, $p_0 = 1$. Calcule $v_i(\mathbf{p}, w_i)$ y verifique que es Gorman con $b(\mathbf{p}) \equiv 1$.

(g) *Contraejemplo: Cobb-Douglas heterogénea.* Sean $M = 2$, $u_1 = x^{1/4}y^{3/4}$, $u_2 = x^{3/4}y^{1/4}$.

- Calcule v_1, v_2 explícitamente y muestre que la pendiente $b_{\alpha_i}(\mathbf{p})$ depende de i: no hay Gorman con b común.
- Calcule la demanda agregada $X(p_x, p_y, w_1, w_2)$ del bien x y evalúe en $(w_1, w_2) \in \{(100, 0), (0, 100), (50, 50)\}$ manteniendo $w_1 + w_2 = 100$. Comente.

(h) *Teorema de Sonnenschein–Mantel–Debreu.* El teorema SMD establece: dada cualquier función continua $z : \mathcal{K} \subset \mathbb{R}^L_{++} \to \mathbb{R}^L$ homogénea de grado cero y que satisface la ley de Walras $\mathbf{p} \cdot z(\mathbf{p}) = 0$ en un compacto[3] $\mathcal{K}$, existe una economía de intercambio puro[4] con L consumidores cuyo exceso de demanda agregado coincide con z en $\mathcal{K}$. Discuta:

[3] Un subconjunto $\mathcal{K} \subset \mathbb{R}^n$ es *compacto* si es cerrado y acotado (teorema de Heine–Borel). Equivalentemente, toda sucesión en $\mathcal{K}$ admite una subsucesión convergente cuyo límite también pertenece a $\mathcal{K}$. La compacidad garantiza que las funciones continuas alcanzan extremos sobre $\mathcal{K}$.

[4] Una *economía de intercambio puro* $\mathcal{E} = ((u_i, w_i))_{i=1}^n$ consta de n consumidores, cada uno con utilidad $u_i : \mathbb{R}^L_+ \to \mathbb{R}$ continua, estrictamente cuasicóncava y no decreciente, y dotación inicial $w_i \in \mathbb{R}^L_{++}$. No hay producción: los bienes solo circulan vía intercambio entre los agentes. El equilibrio walrasiano es un par $(\mathbf{p}^*, (x_i^*)_i)$ con x_i^* óptimo del consumidor i a precios $\mathbf{p}^*$ y $\sum_i x_i^* = \sum_i w_i$.

- ¿Por qué SMD es un resultado *negativo* para la macro de agente representativo? ¿Qué propiedades de la demanda individual (Slutsky, WARP) no sobreviven al agregar sin Gorman?
- ¿Qué implica SMD para la *unicidad* y *estabilidad* del equilibrio walrasiano general? ¿Por qué Gorman "rescata" el comportamiento agregado bien definido?

(i) *Aumann (1964): economía con un continuo de agentes.* En lugar de restringir las preferencias (Gorman), restringimos la estructura del mercado a *competencia perfecta idealizada*: un continuo de agentes atómicos[5], cada uno con peso individual nulo. El espacio de agentes es $(T, \mathcal{T}, \mu)$[6] con μ *no atómica*[7], la asignación[8] es una función integrable $f : T \to \mathbb{R}^L_+$ y la demanda agregada se define

$$X(\mathbf{p}) = \int_T x(\mathbf{p}, w(i))\, d\mu(i).$$

Discuta brevemente:

- *Convexificación (Lyapunov, 1940).* El rango de una medida vectorial no atómica[9] es convexo y compacto. Implicación: la integración convexifica automáticamente la demanda agregada, restaurando existencia del equilibrio sin requerir convexidad individual.
- *Equivalencia núcleo–Walras (Aumann, 1964).*[10] En una economía continua con μ no atómica, el núcleo coincide con el conjunto de asignaciones de equilibrio walrasiano. En economías finitas solo se obtiene Núcleo $\supseteq$ Walras; la igualdad se aproxima vía réplicas (Debreu–Scarf 1963).
- *Síntesis.* Gorman restringe preferencias para hacer "limpia" la agregación; Aumann restringe estructura del mercado para que la heterogeneidad se "alise" por integración. Dos rutas distintas para conectar microeconomía individual con equilibrio general.

[5] Un *agente atómico* en este contexto es un individuo con peso de medida cero ($\mu(\{i\}) = 0$): su decisión aislada no afecta los agregados, pero los conjuntos de agentes con medida positiva sí. Formaliza la noción de "precio-tomador puro" en mercados infinitamente competitivos.

[6] *Espacio de medida.* $(T, \mathcal{T}, \mu)$ donde T es un conjunto, $\mathcal{T} \subset 2^T$ es una σ-álgebra (familia cerrada bajo complementos y uniones numerables, conteniendo T) y $\mu : \mathcal{T} \to [0, \infty]$ es una *medida*: $\mu(\emptyset) = 0$ y $\mu(\bigcup_n A_n) = \sum_n \mu(A_n)$ para familias disjuntas numerables (aditividad numerable). Si $\mu(T) = 1$, μ es una probabilidad.

[7] Una medida μ es *no atómica* si para todo $A \in \mathcal{T}$ con $\mu(A) > 0$ existe $B \subset A$ tal que $0 < \mu(B) < \mu(A)$, i.e., todo conjunto de medida positiva puede subdividirse. Esto excluye la existencia de "átomos" (puntos con masa positiva); económicamente, ningún agente individual tiene peso de mercado positivo.

[8] Una *asignación* es una función $f : T \to \mathbb{R}^L_+$ μ-integrable que describe el consumo de cada agente. Es *factible* si $\int_T f\, d\mu \leq \int_T w\, d\mu$ (el consumo agregado no excede la dotación agregada).

[9] Una *medida vectorial* es $\nu = (\nu_1, \ldots, \nu_n) : \mathcal{T} \to \mathbb{R}^n$ con cada ν_k medida (escalar) en el sentido anterior. Es *no atómica* si cada componente ν_k lo es. El *rango* es $\nu(\mathcal{T}) = \{\nu(A) : A \in \mathcal{T}\} \subset \mathbb{R}^n$. El teorema de Lyapunov (1940) establece que dicho rango es convexo y compacto.

[10] Una *coalición* es un subconjunto medible $S \in \mathcal{T}$ con $\mu(S) > 0$ (un grupo de agentes con peso positivo). La coalición S *bloquea* una asignación f si sus miembros pueden, usando únicamente sus dotaciones colectivas, alcanzar una asignación $g : S \to \mathbb{R}^L_+$ que cada miembro prefiere estrictamente a f. El *núcleo* $C(\mathcal{E})$ es el conjunto de asignaciones factibles que no son bloqueadas por ninguna coalición. Es un estándar de eficiencia y voluntariedad más fuerte que la optimalidad de Pareto: no solo nadie pierde, sino que ningún grupo puede secesionarse para mejorar.