

Microeconomía 1

Práctica Dirigida 1

Profesor: José Gallardo Ku (j.gallardo@pucp.edu.pe)

Jefes de práctica:¹ Marcelo Gallardo (marcelo.gallardo@pucp.edu.pe)

Raúl Amao (raul.amao@pucp.edu.pe)

1 Ejercicios para la sesión de prácticas

1.1 Relaciones de preferencia

- Lucía es una estudiante de la PUCP y tiene que elegir un postre. Sus opciones son: tiramisú (t), crema volteada (c) y torta de chocolate (ℓ). Se sabe que:
 - Lucía prefiere el tiramisú a la crema volteada.
 - Lucía prefiere la crema volteada a la torta de chocolate.
 - Lucía prefiere el tiramisú a la torta de chocolate.
 - Escriba la relación de preferencia² $\succeq$ de Lucía sobre $X = \{t, c, \ell\}$. ¿Es completa? ¿Es transitiva?
 - Si Lucía llega a una cafetería que solo ofrece $\{c, \ell\}$, ¿qué elige? ¿Y si ofrece $\{t, c, \ell\}$?
 - Suponga ahora que una amiga de Lucía, Valentina, tiene las siguientes preferencias: prefiere c a t , prefiere t a ℓ , pero también prefiere ℓ a c . ¿Es la relación de preferencia de Valentina transitiva? ¿Qué problema genera esto cuando Valentina debe elegir de $\{t, c, \ell\}$?
- María tiene preferencias sobre cestas de consumo $(x, y) \in \mathbb{R}_+^2$ representadas por $U(x, y) = \sqrt{xy}$.
 - ¿Prefiere María la cesta $(4, 9)$ a la cesta $(9, 4)$? ¿Son indiferentes?
 - Encuentre todas las cestas (x, y) tales que María es indiferente entre (x, y) y $(4, 4)$. Grafique esta curva de indiferencia.
 - ¿Las preferencias de María son monótonas? Es decir, si le damos más de ambos bienes, ¿está al menos igual de satisfecha?

¹Se agradece a Ana Lucía Del Río Santos por compartir material de ejercicios del ciclo 2025-1.

²Una *relación binaria* sobre un conjunto X es un subconjunto de $X \times X$. Si R es una relación binaria y $(x, y) \in R$, escribimos $x R y$. En el contexto de preferencias, escribimos $x \succeq y$ para denotar “ x es al menos tan bueno como y ”.

3. Sea X un conjunto y $\succeq$ una relación de preferencia racional (completa y transitiva) sobre X . Definimos:

- $x \sim y$ si $x \succeq y$ y $y \succeq x$ (indiferencia).
- $x \succ y$ si $x \succeq y$ y no $y \succeq x$ (preferencia estricta).

Demuestre:

- (a) $\succ$ es transitiva.
 - (b) $\sim$ es transitiva.
 - (c) Si $x \succ y$ e $y \succeq z$, entonces $x \succ z$.
 - (d) $\sim$ es una relación de equivalencia (reflexiva, simétrica y transitiva).
 - (e) $\succ$ es asimétrica (si $x \succ y$, entonces no $y \succ x$).
4. Demuestre que si $u : X \rightarrow \mathbb{R}$ representa a $\succeq$, entonces para toda función $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ **estrictamente** creciente, la función $v = f \circ u$ también representa a $\succeq$.
- (a) Verifique esto con un ejemplo: sea $\succeq$ la relación “mayor o igual” en $\mathbb{R}$, $u(x) = x$, y $f(t) = e^t$.
5. **Preferencias lexicográficas.** Sea $X = \mathbb{R}^2$. Defina $x \succeq y$ si y solo si $x_1 > y_1$, o bien $x_1 = y_1$ y $x_2 \geq y_2$.
- (a) Demuestre que $\succeq$ es completa y transitiva.

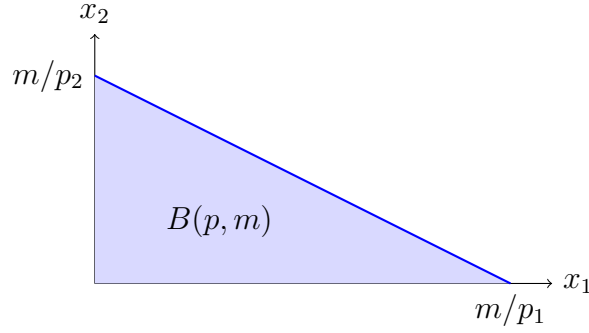
1.2 Estructuras de elección

1. Ana tiene cuatro opciones de postre: flan (f), helado (h), fruta (r) y galletas (g). Se observan las siguientes elecciones:
- Del menú $\{f, h\}$, elige f .
 - Del menú $\{h, r\}$, elige h .
 - Del menú $\{f, r, g\}$, elige r .
- (a) ¿Son las elecciones de Ana consistentes entre sí? Es decir, ¿puede existir una relación de preferencia racional que explique todas estas elecciones? Justifique.
 - (b) Si la respuesta anterior es no, ¿cuál elección genera la inconsistencia?

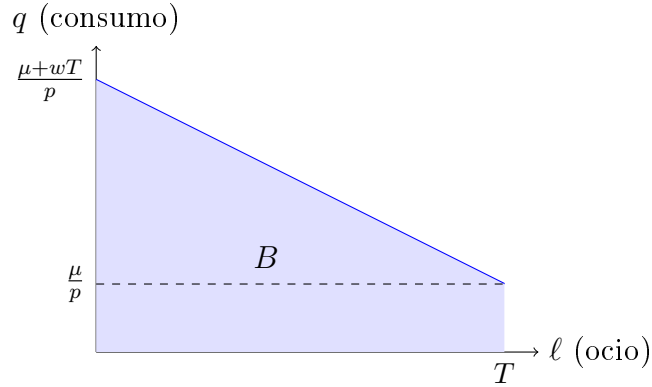
1.3 Restricción presupuestaria

1. Considere un consumidor con ingreso $m > 0$ que enfrenta precios $p_1 > 0$ y $p_2 > 0$ para dos bienes. El conjunto presupuestario Walrasiano es:

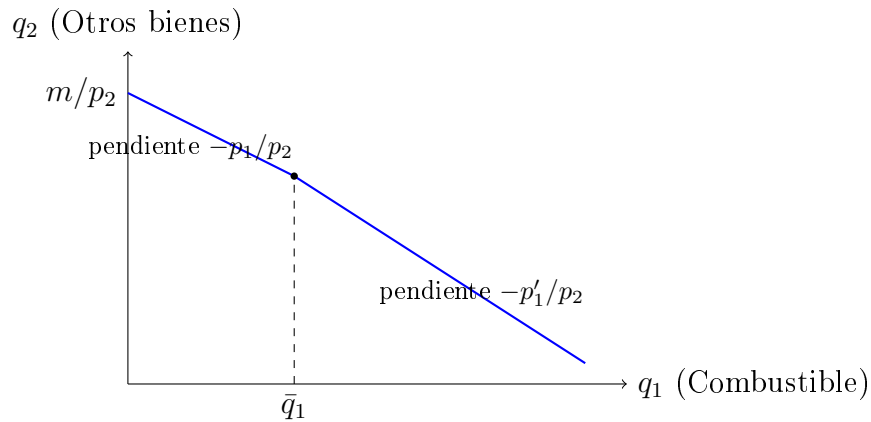
$$B(p, m) = \{(x_1, x_2) \in \mathbb{R}_+^2 : p_1 x_1 + p_2 x_2 \leq m\}.$$



- (a) Grafique el conjunto presupuestario para $p_1 = 2$, $p_2 = 4$ y $m = 40$. Identifique las intersecciones con los ejes.
 - (b) ¿Qué ocurre con el conjunto presupuestario si el ingreso se duplica? ¿Y si ambos precios se duplican simultáneamente?
 - (c) Demuestre que $B(p, m) = B(\lambda p, \lambda m)$ para todo $\lambda > 0$. Interprete.
2. (Adaptado de Deaton y Muellbauer (1980)). Considere un trabajador que dispone de $T = 24$ horas, de las cuales elige ℓ horas de ocio y trabaja $T - \ell$ horas a un salario w por hora. Su ingreso no laboral es $\mu \geq 0$. El precio de un bien compuesto de consumo q es p .



- (a) Escriba la restricción presupuestaria y verifique que corresponde a la figura.
 - (b) Suponga que el trabajador paga un impuesto con tasa $t \in (0, 1)$ sobre el ingreso laboral que exceda un umbral $\bar{y}$. Grafique la nueva restricción presupuestaria. ¿Es convexo el nuevo conjunto presupuestario?
 - (c) Suponga que existen dos tasas de salario: w por las primeras H horas de trabajo y $w' > w$ por las horas adicionales (sobretiempo). Grafique la restricción presupuestaria resultante. ¿Es convexa?
3. (Adaptado de Deaton y Muellbauer (1980)). **Tarifa en bloques.** Un hogar consume combustible (q_1) y otros bienes (q_2). Las primeras $\bar{q}_1$ unidades de combustible cuestan p_1 por unidad y las unidades adicionales cuestan $p'_1 < p_1$ (descuento por volumen). El ingreso es m y el precio de otros bienes es p_2 .



- (a) Escriba algebraicamente la restricción presupuestaria para $q_1 \leq \bar{q}_1$ y para $q_1 > \bar{q}_1$.
- (b) ¿Es convexo el conjunto presupuestario resultante? Justifique.
- 4. Racionamiento (caso gas en Lima).** Suponga que, tras un accidente en la cadena de suministro, el gas doméstico en Lima se vuelve escaso. Como resultado, el gobierno impone un racionamiento: cada consumidor no puede adquirir más de $\bar{x}_1$ unidades de gas (bien 1). El consumidor tiene ingreso m y enfrenta precios p_1 (gas) y p_2 (otros bienes).
- (a) Escriba y grafique el nuevo conjunto presupuestario.
- (b) ¿Es convexo? ¿Es compacto?
- (c) Compare gráficamente con el conjunto presupuestario sin racionamiento.

2 Ejercicios para practicar

2.1 Relaciones de preferencia

1. Grafique las curvas de indiferencia de las siguientes funciones de utilidad y determine si las preferencias son convexas (adaptado de Nicholson y Snyder (2016)):

(a) $U(x, y) = 3x + y$

(b) $U(x, y) = \sqrt{xy}$

(c) $U(x, y) = \sqrt{x} + y$

(d) $U(x, y) = \min\{5x, 10y\}$

2. Dado $U(x, y) = 4x^2 + 3y^2$ (adaptado de Nicholson y Snyder (2016)):

(a) Calcule $\frac{\partial U}{\partial x}$ y $\frac{\partial U}{\partial y}$.

(b) Evalúe las derivadas parciales en $x = 1$, $y = 2$.

(c) Escriba la diferencial total dU .

(d) Calcule $\left. \frac{dx}{dy} \right|_{dU=0}$, es decir, la pendiente de la curva de indiferencia. Evalúe en $(1, 2)$.

(e) Demuestre que $U(1, 2) = 16$.

2.2 Restricción presupuestaria

1. **Subsidio vs. transferencia.** Un consumidor tiene ingreso m y consume dos bienes a precios p_1 y p_2 . El gobierno puede ayudarlo de dos maneras: (i) un subsidio que reduce el precio del bien 1 a $p'_1 < p_1$; o (ii) una transferencia monetaria directa de T soles. Suponga que el costo fiscal de ambas políticas es el mismo, es decir, si el consumidor demanda x_1^* unidades del bien 1 con el subsidio, entonces $T = (p_1 - p'_1)x_1^*$.

(a) Grafique el conjunto presupuestario bajo cada política.

(b) ¿Puede el consumidor estar mejor con la transferencia que con el subsidio? Argumente gráficamente.