Facultad de Ciencias Sociales
Especialidad de Economía
Pontificia Universidad Católica del Perú (PUCP)
Ciclo 2026-1

Microeconomía 1
Práctica Calificada 4

Profesor: José Gallardo Ku
Jefes de práctica: Marcelo Gallardo, Raúl Amao

Duración: 2 horas **Puntaje total:** 20 puntos
Instrucciones: Justifique todas sus respuestas.

Ejercicio 1 (8 puntos)

Stark industries produce un único bien con dos factores $\mathbf{x} = (x_1, x_2)$, a precios $\mathbf{w} = (w_1, w_2) \in \mathbb{R}^2_{++}$, tiene la función de costos

$$c(\mathbf{w}, q) = w_1 q^2 + w_2 q, \qquad q \geq 0.$$

(a) Verifique que c es una función de costos admisible: (i) homogénea de grado uno en $\mathbf{w}$; (ii) no decreciente en $\mathbf{w}$; (iii) cóncava en $\mathbf{w}$; (iv) creciente y convexa en q.

(b) **Lema de Shephard.** Obtenga las demandas condicionadas de factores $x_1(\mathbf{w}, q)$ y $x_2(\mathbf{w}, q)$, y verifique la identidad de gasto $w_1 x_1 + w_2 x_2 = c(\mathbf{w}, q)$.

(c) **Recupere $f(x_1, x_2)$.** A partir de las demandas condicionadas, recupere la tecnología f, describa sus isocuantas e indique de qué tipo de tecnología se trata.

(d) **Beneficios y demandas no condicionadas.** Para un precio de producto p, resuelva $\max_{q \geq 0} \; pq - c(\mathbf{w}, q)$. Obtenga la oferta $q^*(p, \mathbf{w})$, la función de beneficios $\pi(p, \mathbf{w})$ y verifique la condición de segundo orden. Deduzca las **demandas no condicionadas de factores** $x_1^N(p, \mathbf{w})$ y $x_2^N(p, \mathbf{w})$, y verifique el lema de Hotelling:

$$\frac{\partial \pi}{\partial p} = q^*(p, \mathbf{w}), \qquad -\frac{\partial \pi}{\partial w_1} = x_1^N(p, \mathbf{w}), \qquad -\frac{\partial \pi}{\partial w_2} = x_2^N(p, \mathbf{w}).$$

Nota: Cada inciso vale 2 puntos.

Ejercicio 2 (4 puntos)

Courcsant es una transnacional que opera con la tecnología

$$q = f(K, L) = \min\{K^2,\, 4L^2\},$$

donde K es capital y L trabajo, con precios $r > 0$ y $w > 0$, respectivamente. Para un nivel de producto $q > 0$:

(a) Plantee el problema de minimización de costos. Justifique por qué en el óptimo se cumple $K^2 = 4L^2$ y obtenga las demandas condicionadas $K^c(w, r, q)$ y $L^c(w, r, q)$.

(b) Derive la función de costos $c(w, r, q)$. Verifique el **lema de Shephard** ($\partial c/\partial r = K^c$, $\partial c/\partial w = L^c$) y que c es homogénea de grado uno en (w, r).

(c) Calcule el costo marginal $CMg(q)$ y el costo medio $CMe(q)$. Grafique ambas curvas en el plano (q, costo) y, a partir de su comportamiento, indique qué tipo de rendimientos a escala presenta la tecnología.

Ejercicio 3 (4 puntos)

Considere que una industria que es perfectamente competitiva con **libre entrada y salida en el largo plazo**. Todas las empresas son idénticas, con función de costos

$$c(q) = q^2 + 2q + 4,$$

y **el costo fijo es evitable en el largo plazo**. La demanda agregada es $Q^D(P) = 100 - 5P$.

(a) (2 pts) Halle el **costo marginal** $CMg(q)$ y el **costo medio** $CMe(q)$. Calcule el nivel de producción que minimiza el CMe y el **mínimo del costo medio** $CMe^{\min}$. Finalmente, determine el **precio de cierre** .

(b) (2 pts) Encuentre el **equilibrio de largo plazo**: el **precio de mercado** P^*, la **cantidad por empresa** q^*, la **cantidad total de mercado** Q^* y el **número de empresas activas** n^*.

Ejercicio 4 (4 puntos — *retador*)

Sea $Y = F(K, L)$ una función de producción diferenciable, **homogénea de grado uno** (rendimientos constantes a escala): $F(tK, tL) = t\,F(K, L)$ para todo $t > 0$. Defina la variable de intensidad de capital $k = K/L$ y la *forma intensiva*

$$f(k) \;\equiv\; F(k, 1).$$

(a) Tomando $t = 1/L$ en la definición de homogeneidad, demuestre que $F(K, L) = L\,f(k)$, con $k = K/L$.

(b) Demuestre, *usando la definición de derivada como límite*, que

$$F_K(K, L) = f'(k).$$

(c) Pruebe que

$$F_L(K, L) = f(k) - k\,f'(k).$$

Bajo competencia, los factores se retribuyen por su productividad marginal: $r = F_K = f'(k)$ y $w = F_L = f(k) - k\,f'(k)$. Verifique el **agotamiento del producto** $rK + wL = F$ e interprete.

(d) Si $c(\mathbf{w}, q) = q \min\{\, w_1 + w_2, \quad w_3 + 2w_4 \,\}$ (cuatro insumos), ¿cuál es la función de producción $f(x_1, x_2, x_3, x_4)$?