

**Facultad de Ciencias Sociales**  
**Especialidad de Economía**  
 Pontificia Universidad Católica del Perú (PUCP)  
 Ciclo 2026-1

## Microeconomía 1

### Práctica Calificada 3

**Profesor:** José Gallardo Ku

**Jefes de práctica:** Marcelo Gallardo, Raúl Amao

**Duración:** 2 horas

**Puntaje total:** 20 puntos

**Instrucciones:**

- Justifique todas sus respuestas.
- $w$  denota el salario,  $T$  la dotación total de tiempo,  $r > 0$  la tasa de interés y  $\beta, \delta \in (0, 1)$  factores de descuento. EMP es el problema de minimización del gasto y UMP el de maximización de la utilidad.

**Pregunta 1** (5 puntos). *Consumo intertemporal con utilidad raíz cuadrada.*

Un consumidor vive dos períodos ( $t = 0, 1$ ). Sus ingresos son  $(y_0, y_1)$  y enfrenta una tasa de interés  $r > 0$ . Defina

$$I \equiv y_0 + \frac{y_1}{1+r}.$$

La restricción intertemporal es  $c_0 + c_1/(1+r) = I$ . Sus preferencias son

$$U(c_0, c_1) = \sqrt{c_0} + \delta \sqrt{c_1}, \quad \delta \in (0, 1).$$

- (a) (2 pts) Resuelva el UMP. Obtenga la ecuación de Euler y las demandas óptimas  $c_0^*(I, r)$  y  $c_1^*(I, r)$ .
- (b) (1 pt) Caso **ahorrador puro** ( $y_0 > 0, y_1 = 0$ ). Defina el ahorro  $s_0^* = y_0 - c_0^*$  y determine el signo de  $\partial c_0^*/\partial r$ .
- (c) (1 pt) Caso **endeudador puro** ( $y_0 = 0, y_1 > 0$ ). Determine el signo de  $\partial c_0^*/\partial r$  y compárelo con (b).
- (d) (1 pt) Caso general ( $y_0, y_1 \geq 0$ ). Calcule  $\partial c_0^*/\partial y_0$  y  $\partial c_0^*/\partial y_1$ , y demuestre que

$$\frac{\partial c_0^*}{\partial y_1} = \frac{1}{1+r} \frac{\partial c_0^*}{\partial y_0}.$$

**Pregunta 2** (4 puntos). *Oferta laboral con preferencias Leontief.*

Un trabajador deriva utilidad del consumo de televisores  $c$  (precio normalizado a 1) y del ocio  $\ell$  (medido en horas), que trata como bienes **perfectamente complementarios**:

$$U(c, \ell) = \min\{c, \alpha \ell\}, \quad \alpha > 0.$$

El parámetro  $\alpha$  indica cuántos televisores “acompañan” a cada hora de ocio. Dispone de  $T$  horas que reparte entre trabajo  $h$  y ocio ( $h + \ell = T$ ), enfrenta un salario  $w > 0$  y recibe un ingreso no laboral  $V \geq 0$ . Defina el *ingreso pleno*  $F \equiv wT + V$ .

- (a) (1 pt) Plantee el UMP y exprese la restricción presupuestal en términos de  $(c, \ell)$  usando  $F$ .
- (b) (1.5 pts) Obtenga  $c^*(w, V)$ ,  $\ell^*(w, V)$  y la oferta laboral  $h^*(w, V) = T - \ell^*$ .
- (c) (1.5 pts) Demuestre que, en el interior ( $\alpha T > V$ ),

$$\frac{\partial h^*}{\partial w} = -\frac{\alpha T - V}{(\alpha + w)^2} < 0.$$

Identifique además la condición sobre  $(\alpha, T, V)$  bajo la cual la solución óptima implica  $h^* = 0$ .

**Pregunta 3** (4 puntos). *Modelo de dotación-consumo Cobb-Douglas.*

Un consumidor tiene preferencias Cobb-Douglas

$$u(x, y) = x^\alpha y^{1-\alpha}, \quad \alpha \in (0, 1),$$

y dispone de una **dotación inicial**  $\mathbf{w}^E = (x^E, y^E)$ , con  $x^E, y^E > 0$ . A precios de mercado  $(p_x, p_y) \in \mathbb{R}_{++}^2$  puede vender (parte de) su dotación y/o comprar cualquier bien. Su ingreso pleno endógeno es  $I = p_x x^E + p_y y^E$ .

- (a) (1.5 pts) Resuelva el UMP y obtenga las demandas marshallianas  $x(p, \mathbf{w}^E)$  y  $y(p, \mathbf{w}^E)$ . Defina la oferta neta del bien  $x$  como  $s_x \equiv x^E - x(p, \mathbf{w}^E)$  y exprese  $s_x$  únicamente en términos de  $(p_x, p_y, x^E, y^E, \alpha)$ .
- (b) (1 pt) Bajo qué condición es el consumidor vendedor neto del bien  $x$ ?
- (c) (1.5 pts) **Slutsky con dotación: descomposición en tres efectos.** En este modelo, la variación de la demanda marshalliana del bien  $x$  ante un cambio en su precio admite la descomposición

$$\frac{\partial x}{\partial p_x} = \underbrace{\frac{\partial x^h}{\partial p_x}}_{\text{ES}} + \underbrace{\left(-x \cdot \frac{\partial x}{\partial I}\right)}_{\text{EIO}} + \underbrace{\left(x^E \cdot \frac{\partial x}{\partial I}\right)}_{\text{EID}},$$

donde ES es el efecto sustitución, EIO el efecto ingreso ordinario y EID el efecto ingreso dotación. Evalúe cada término para los parámetros  $\alpha = 1/2$ ,  $\mathbf{w}^E = (4, 1)$ ,  $(p_x, p_y) = (1, 1)$ , y verifique que la suma coincide con  $\partial x / \partial p_x$  obtenida directamente de la demanda marshalliana.

**Pregunta 4** (4 puntos). *Demanda agregada y elasticidad.*

Una empresa abastece a tres segmentos del mercado, cuyas demandas individuales son

$$q_1(P) = 200 - 5P, \quad q_2(P) = 150 - 3P, \quad q_3(P) = 50 - 2P,$$

donde cada  $q_i(P)$  debe entenderse como  $\max\{q_i(P), 0\}$ .

- (a) (2 pts) Determine la demanda agregada  $Q(P)$  identificando los **quiebres**, escríbala como función a trozos y verifique su continuidad en cada quiebre.
- (b) (2 pts) Sea  $\varepsilon(P) = -\frac{P}{Q} \frac{dQ}{dP}$  la elasticidad precio de la demanda agregada. Calcule  $\varepsilon(10)$  y  $\varepsilon(30)$  e identifique en qué tramo cada uno es elástico o inelástico.

**Pregunta 5** (3 puntos). **Esta pregunta es retadora, sugerimos abordarla al final.**  
*Consumo intertemporal con  $T$  períodos y utilidad raíz cuadrada.*

Un consumidor vive  $T \geq 2$  períodos ( $t = 0, 1, \dots, T - 1$ ). Recibe un flujo de ingresos  $\{y_t\}_{t=0}^{T-1} \subset \mathbb{R}_+$  y enfrenta una tasa de interés constante  $r > 0$ . Sus preferencias son

$$U(c_0, \dots, c_{T-1}) = \sum_{t=0}^{T-1} \beta^t \sqrt{c_t}, \quad \beta \in (0, 1).$$

La restricción intertemporal en valor presente es

$$\sum_{t=0}^{T-1} \frac{c_t}{(1+r)^t} = I, \quad I \equiv \sum_{t=0}^{T-1} \frac{y_t}{(1+r)^t}.$$

- (a) (1.5 pts) Resuelva el UMP. Derive la ecuación de Euler entre dos períodos consecutivos cualesquiera y demuestre que la senda óptima satisface

$$c_t = g^t c_0, \quad g \equiv [\beta(1+r)]^2.$$

- (b) (1.5 pts) Defina  $\theta \equiv g/(1+r) = \beta^2(1+r)$  y asuma  $\theta \neq 1$ . Use la restricción intertemporal para obtener

$$c_0^* = I \cdot \frac{1-\theta}{1-\theta^T}, \quad c_t^* = g^t c_0^*.$$

Identifique cuándo la senda  $\{c_t^*\}$  es creciente, constante o decreciente. Calcule además  $\lim_{T \rightarrow \infty} c_0^*$  bajo el supuesto  $\theta < 1$ .