

Facultad de Ciencias Sociales
Especialidad de Economía
 Pontificia Universidad Católica del Perú (PUCP)
 Ciclo 2026-1

Microeconomía 1

Práctica Calificada 1 — Recuperación

Profesor: José Gallardo Ku

Jefes de práctica: Marcelo Gallardo, Raúl Amao

Duración: 2 horas

Puntaje total: 20 puntos

Instrucciones:

- Responda las cuatro preguntas.
- Justifique todas sus respuestas. Resultados sin desarrollo no recibirán puntaje.

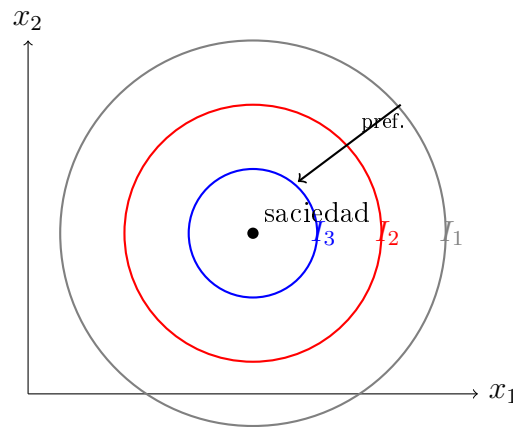
Pregunta 1 (5 puntos). *Preferencias y funciones de utilidad.*

(a) (2 pts) Considere las siguientes tres funciones definidas para $x, y > 0$:

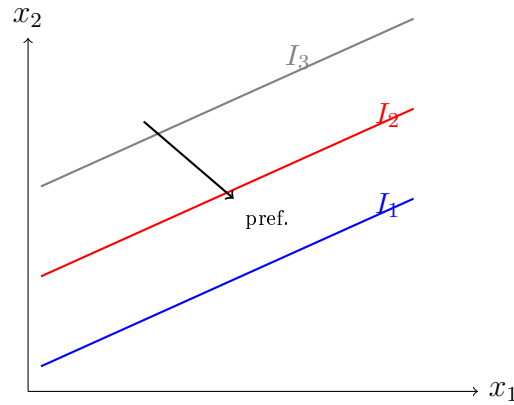
$$u(x, y) = x^2 + y^2, \quad v(x, y) = -(x^2 + y^2), \quad w(x, y) = e^{x^2+y^2}.$$

- (i) ¿Representan u y v las mismas preferencias? Justifique identificando si existe una función f estrictamente creciente tal que $v = f(u)$.
- (ii) ¿Representan u y w las mismas preferencias? Justifique de manera análoga.
- (b) (2 pts) Para cada consumidor, responda la pregunta indicada encima de su gráfico. Justifique brevemente.

Consumidor I — ¿Qué propiedad especial tienen estas preferencias? ¿Son monótonas?



Consumidor II — ¿Son monótonas las preferencias? ¿Qué tipo de bien es x_2 ?



La preferencia crece en la dirección de la flecha.

- (c) (1 pt) Un consumidor tiene utilidad $u(x_1, x_2) = \min\{x_1, 3x_2\}$ con precios $p_1, p_2 > 0$ e ingreso $w > 0$. Determine las funciones de demanda marshalliana $x_1^*(p, w)$ y $x_2^*(p, w)$. Evalúe en $p_1 = 3$, $p_2 = 1$, $w = 12$ y verifique que el gasto agota el ingreso.

Pregunta 2 (6 puntos). *Maximización de utilidad, análisis gráfico y comparación de canastas.*

Considere un consumidor con función de utilidad:

$$u(x_1, x_2) = \sqrt{x_1} + 2\sqrt{x_2}, \quad x_1, x_2 \geq 0,$$

con precios $p_1, p_2 > 0$ e ingreso $w > 0$.

- (a) (3 pts) Halle las funciones de demanda marshalliana $x_1^*(p, w)$ y $x_2^*(p, w)$ en función de los precios e ingreso. Luego evalúe en $p_1 = 1$, $p_2 = 4$, $w = 20$.
- (b) (1 pt) **Análisis gráfico.** Para $p_1 = 1$, $p_2 = 4$, $w = 20$, grafique la restricción presupuestaria identificando las intersecciones con los ejes y el punto óptimo hallado en (a).
- (c) (2 pts) **Comparación de canastas.** Con $p_1 = 1$, $p_2 = 4$, $w = 20$, considere:

$$A = (6, 2), \quad B = (4, 3), \quad C = (8, 4).$$

- (i) Determine cuáles canastas son factibles.
- (ii) Para las factibles, calcule u y ordénelas de mayor a menor utilidad.
- (iii) Compare con la canasta óptima de (a). ¿Alguna es óptima?

Pregunta 3 (5 puntos). *Restricción presupuestaria con precios por tramos.*

Un consumidor dispone de ingreso $w = 30$. El precio del bien 2 es $p_2 = 3$ (fijo). El precio del bien 1 depende de la cantidad adquirida: las primeras 6 unidades cuestan $p_1 = 2$ cada una; a partir de la séptima unidad (es decir, para $x_1 > 6$), cada unidad adicional cuesta $p'_1 = 1$.

- (2 pts) Escriba el costo total de adquirir la canasta (x_1, x_2) según si $x_1 \leq 6$ o $x_1 > 6$. Derive la ecuación de la restricción presupuestaria en cada tramo e identifique el **punto de quiebre**. Grafique la restricción presupuestaria completa, etiquetando los interceptos con los ejes y el punto de quiebre.
- (1 pt) ¿Cuál es la pendiente de la restricción presupuestaria en cada tramo? ¿Por qué cambia la pendiente en el punto de quiebre? ¿Es el conjunto presupuestario convexo? Justifique usando un ejemplo concreto.
- (2 pts) Determine cuáles de las siguientes canastas son **factibles** (costo total $\leq w = 30$ con la estructura de precios por tramos). Para las factibles, indique además si están sobre la frontera presupuestaria o en el interior del conjunto presupuestario.

$$A = (3, 8), \quad B = (9, 5), \quad C = (12, 4), \quad D = (15, 3).$$

Pregunta 4 (4 puntos). **Esta pregunta es retadora, sugerimos abordarla al final.**
Maximización con N bienes.

Considere un consumidor con función de utilidad:

$$u(x_1, \dots, x_N) = \sum_{k=1}^N \beta_k \ln x_k, \quad \beta_k > 0 \text{ para todo } k,$$

con precios $p_1, \dots, p_N > 0$ e ingreso $w > 0$.

- (1 pt) ¿Son las preferencias monótonas? ¿La solución al problema del consumidor será interior o de esquina? Justifique ambas respuestas.
- (2 pts) Halle las funciones de demanda marshalliana $x_k^*(p, w)$ para todo $k = 1, \dots, N$ usando el método de Lagrange. *Pista:* sume las CPO y use la restricción presupuestaria.
- (1 pt) Considere ahora la función:

$$\tilde{u}(x_1, \dots, x_N) = \sqrt{\prod_{k=1}^N x_k^{\beta_k}}.$$

¿Representa \tilde{u} las mismas preferencias que u ? Justifique brevemente. Usando este resultado, escriba directamente las demandas marshallianas óptimas $x_k^*(p, w)$ para el problema $\max \tilde{u}$ s.a. $\sum_k p_k x_k = w$.