Facultad de Ciencias Sociales
Especialidad de Economía
Pontificia Universidad Católica del Perú (PUCP)
Ciclo 2026-1

Microeconomía 1
Práctica Calificada 1

Profesor: José Gallardo Ku
Jefes de práctica: Marcelo Gallardo, Raúl Amao

Duración: 2 horas **Puntaje total:** 20 puntos

Instrucciones:

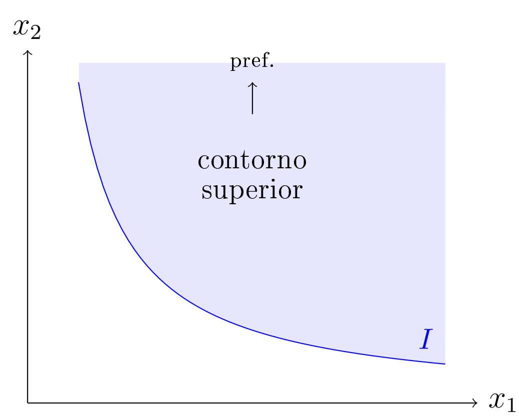
- Responda las cuatro preguntas.
- Justifique todas sus respuestas. Resultados sin desarrollo no recibirán puntaje.

Pregunta 1 (5 puntos). *Preferencias y funciones de utilidad.*

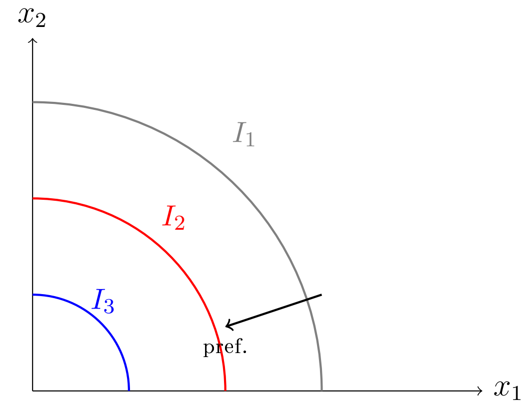
(a) (1 pt) La función $u(x, y) = x^2 y$ representa las preferencias $\succsim$ de un consumidor. ¿La función $v(x, y) = 2 \ln x + \ln y$ también las representa? Justifique.

(b) (2 pts) Para cada consumidor, responda la pregunta indicada debajo de su gráfico. Justifique brevemente.

Consumidor I — ¿Son convexas las preferencias? (La curva en azul es $x_2 = 1/x_1$).



Consumidor II — ¿Son monótonas las preferencias?



La preferencia crece en la dirección del origen: las curvas más cercanas al origen representan mayor utilidad.

(c) (1 pt) Un consumidor tiene utilidad $u(x, y) = x + y$ (sustitutos perfectos) con precios $p_1 < p_2$ e ingreso $w > 0$. Determine las funciones de demanda marshalliana. ¿Qué ocurre si $p_1 = p_2$?

(d) (1 pt) Proponga una función de utilidad que represente las preferencias de la siguiente afirmación: *"Una persona nunca come pan solo; siempre lo acompaña con mermelada, pero cuando no hay mermelada, usa mantequilla."* Denote $x_1 =$ pan, $x_2 =$ mermelada, $x_3 =$ mantequilla. Justifique.

Pregunta 2 (8 puntos). *Maximización de utilidad, análisis gráfico y comparación de canastas.*

Considere un consumidor con función de utilidad Stone-Geary:

$$u(x_1, x_2) = (x_1 - 2)^{1/3}(x_2 - 1)^{2/3}, \quad x_1 > 2,\ x_2 > 1,$$

con precios p_1, $p_2 > 0$ e ingreso $w > 2p_1 + p_2$.

(a) (3 pts) Halle las funciones de demanda marshalliana $x_1^*(p, w)$ y $x_2^*(p, w)$ para precios y riqueza generales. Luego evalúe en $p_1 = 1$, $p_2 = 2$, $w = 14$.

(b) (2 pts) **Análisis gráfico.** Para $p_1 = 1$, $p_2 = 2$, $w = 14$, grafique la restricción presupuestaria identificando las intersecciones con los ejes y el punto óptimo.

(c) (3 pts) **Comparación de canastas.** Con $p_1 = 1$, $p_2 = 2$, $w = 14$, considere las siguientes tres canastas:

$$A = (3,\ 4), \qquad B = (4,\ 5), \qquad C = (7,\ 5).$$

(i) Determine cuáles canastas son factibles, es decir, satisfacen la restricción presupuestaria $p_1x_1 + p_2x_2 \leq w$.

(ii) Para las canastas factibles, calcule u y ordénelas de mayor a menor utilidad.

(iii) Compare con la canasta óptima hallada en (a). ¿Alguna de las canastas factibles A, B o C es óptima?

Pregunta 3 (4 puntos). *3 bienes.*

La preferencia de un consumidor por tres bienes (A, B, C) se representa por:

$$u(x_A, x_B, x_C) = x_A^{\alpha}\, x_B^{\beta}\, x_C^{\gamma}, \qquad \alpha, \beta, \gamma \in (0, 1).$$

Los precios son $p_A, p_B, p_C > 0$ y el ingreso es $w > 0$.

(a) (1 pt) ¿Son estas preferencias monótonas? ¿La solución al problema del consumidor es interior o de esquina? Justifique ambas respuestas.

(b) (1 pt) ¿Se puede usar la función $\tilde{u}(x_A, x_B, x_C) = \alpha \ln x_A + \beta \ln x_B + \gamma \ln x_C$ para representar las mismas preferencias? Justifique.

(c) (2 pts) Usando $\tilde{u}$, obtenga las demandas marshallianas $x_A^*(p, w)$, $x_B^*(p, w)$, $x_C^*(p, w)$.

Pregunta 4 (3 puntos). **Esta pregunta es retadora, sugerimos abordarla al final.** *Transformaciones de la función de utilidad.*

Dadas dos funciones f y u, la **composición** $f \circ u$ se define como $(f \circ u)(x) = f(u(x))$: primero se aplica u y luego f al resultado. En esta pregunta exploraremos qué ocurre con las demandas y el multiplicador de Lagrange λ^* cuando se reemplaza u por $\tilde{u} = f \circ u$.

(a) (1,5 pts) **Caso concreto.** Sea $u(x, y) = xy$ y $f(t) = e^t$, de modo que $\tilde{u}(x, y) = e^{xy}$.

 (i) ¿Representa $\tilde{u}$ las mismas preferencias que u? Justifique brevemente.

 (ii) Resuelva max $\tilde{u}(x, y)$ s.a. $p_1 x + p_2 y = w$ usando el lagrangiano. Obtenga las demandas (x^*, y^*) y el multiplicador $\hat{\lambda}^*$.

 (iii) Resuelva el mismo problema con $u(x, y) = xy$ y obtenga λ^*. Compare $\hat{\lambda}^*$ con λ^*.

(b) (1,5 pts) **Caso general.** Sea $\tilde{u} = f(u(x))$, donde f es una función creciente y diferenciable (con $f' > 0$). Demuestre que:

 (i) Las demandas no cambian al pasar de u a $\tilde{u}$.

 (ii) El multiplicador satisface $\hat{\lambda}^* = f'(u(x^*)) \cdot \lambda^*$.

Pista: Escriba el lagrangiano con $\tilde{u}$, derive las CPO y compárelas con las de u.