

# Costos: medio, marginal y equilibrio

Profesor: José Gallardo Ku

Jefes de práctica: Marcelo Gallardo y Raúl Amao

## 1. Definiciones

Sea  $c(\mathbf{w}, q)$  la función de costos; con los precios de factores  $\mathbf{w}$  fijos escribimos  $CT(q)$ . En el corto plazo (CP) hay un factor fijo, lo que separa el costo total (CT) en costo variable (CV) y costo fijo (CF):

$$CT(q) = CV(q) + CF, \quad CV(0) = 0, \quad CV' > 0, \quad CF \text{ constante.}$$

### Costos unitarios y marginal

- Costo medio (CMe): costo por unidad producida,  $CMe = CT/q$ .
- Costo medio variable (CMeV) y fijo (CMeF):  $CMeV = CV/q$ ,  $CMeF = CF/q$ , con  $CMe = CMeV + CMeF$ .
- Costo marginal (CMg): costo de la *última* unidad,  $CMg = \frac{dCT}{dq} = \frac{dCV}{dq}$  (coinciden porque CF es constante).

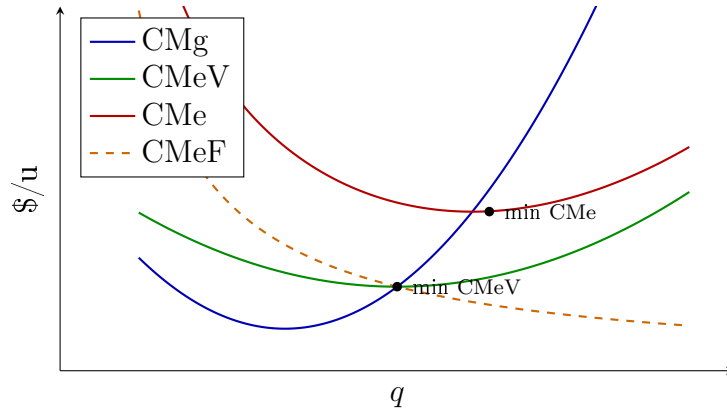
## 2. Relaciones medio–marginal

Derivando el cociente  $CMe = CT/q$ :

$$\frac{dCMe}{dq} = \frac{q CT' - CT}{q^2} = \frac{CMg - CMe}{q}, \quad \frac{dCMeV}{dq} = \frac{CMg - CMeV}{q}.$$

### Propiedades

1.  $CMg < CMe \Rightarrow CMe \downarrow$ ;  $CMg > CMe \Rightarrow CMe \uparrow$ ;  $CMg = CMe \Rightarrow CMe \text{ mín.}$  (“el marginal arrastra al promedio”).
2. El CMg corta a CMe y a CMeV en sus mínimos; el de CMeV ocurre antes.
3.  $CV(q) = \int_0^q CMg(s) ds$  (área bajo el marginal).
4. Con un factor variable (trabajo  $\ell$ , precio  $w$ ):  $CMg = w/PMg_\ell$ ,  $CMeV = w/PMe_\ell$ , donde  $PMg_\ell = dq/d\ell$  y  $PMe_\ell = q/\ell$  son los productos marginal y medio del trabajo.



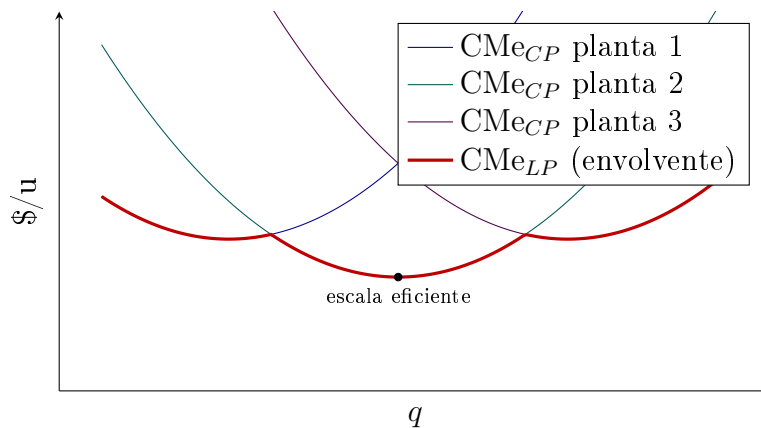
### 3. Largo plazo: el costo medio de largo plazo

En el **largo plazo (LP)** todos los factores son variables: la empresa puede elegir también el tamaño de planta (el factor que en el CP estaba fijo). El *costo total de largo plazo*  $CT_{LP}(q)$  es el menor costo de producir  $q$  optimizando todos los factores, y el *costo medio de largo plazo* es

$$CMe_{LP}(q) = \frac{CT_{LP}(q)}{q}.$$

**¿De dónde sale?** Cada tamaño de planta genera una curva de costo medio de corto plazo. Como en el LP la empresa escoge, para cada  $q$ , la planta más barata,  $CMe_{LP}$  es la **envolvente inferior** de todas esas curvas de corto plazo:

$$CMe_{LP}(q) = \min_{\text{planta}} CMe_{CP}(q, \text{planta}).$$



La forma del  $CMe_{LP}$  la determinan los **rendimientos a escala** de la tecnología  $f$ , es decir cómo cambia el producto al escalar todos los insumos por  $\lambda > 1$ :

### Rendimientos a escala

- **Constantes (CRS, constant returns to scale):**  $f(\lambda\mathbf{z}) = \lambda f(\mathbf{z})$ . El costo es lineal en  $q \Rightarrow CMe_{LP}$  constante.
- **Crecientes (IRS, increasing returns to scale):**  $f(\lambda\mathbf{z}) > \lambda f(\mathbf{z})$ . Hay economías de escala  $\Rightarrow CMe_{LP}$  decreciente.
- **Decrecientes (DRS, decreasing returns to scale):**  $f(\lambda\mathbf{z}) < \lambda f(\mathbf{z})$ . Hay deseconomías de escala  $\Rightarrow CMe_{LP}$  creciente.

La U de largo plazo combina un tramo IRS (tramo decreciente) y otro DRS (creciente); su mínimo es la *escala eficiente mínima*.

## 4. Equilibrio de la empresa competitiva

La empresa toma el precio  $p$  como dado y resuelve  $\max_{q \geq 0} \pi = pq - CT(q)$ .

### Condiciones

$$\text{CPO: } p = CMg(q), \quad \text{CSO: } CMg'(q) > 0.$$

Produce donde precio = costo marginal, sobre el tramo creciente del CMg.

Comparando  $\pi(q^*) = (p - CMe)q^*$  con  $\pi(0) = -CF$  se obtiene la decisión de producir o cerrar:

### Cierre y oferta

$$q^s(p) = \begin{cases} CMg^{-1}(p), & p \geq \min CMeV \text{ (corto plazo),} \\ 0, & p < \min CMeV. \end{cases}$$

La oferta es el tramo del CMg por encima del mínimo del CMeV (punto de cierre). En el largo plazo el umbral es  $\min CMe_{LP}$ ; con libre entrada el beneficio se anula ( $\pi = 0$ ), es decir  $p = \min CMe_{LP}$ .

