PUCP

FACULTAD DE CIENCIAS SOCIALES

MATEMÁTICAS PARA ECONOMISTAS IV (Mat291, Horario 522)

TEST DE AUTO EVALUACIÓN: **¿CUÁNTO HE APRENDIDO HASTA HOY?**

SEMESTRE 2022-2

FECHA 7-10-2022

Preguntas rápidas por tema aborado hasta el parcial. Puede haber más de una respuesta correcta.

1) Una recta $\mathcal{L} \subset \mathbb{R}^n$ es un conjunto compacto.

a) Verdadero.

b) Falso.

2) Un conjunto convexo es un conjunto compacto.

a) Verdadero.

b) Falso.

3) Un conjunto compacto es un conjunto convexo.

a) Verdadero.

b) Falso.

4) La región de presupuesto del consumidor es un conjunto convexo y compacto.

a) Verdadero.

b) Falso.

5) El punto $x = (1, 1)$ pertenece a la bola $\mathcal{B}((0, 0), 3)$.

a) Verdadero.

b) Falso.

6) Sean $\overline{x} = (2, 1, -6)$ y $\overline{y} = (0, -3, 2)$. Entonces, $\overline{x} \cdot \overline{y}$ es igual a

a) 2.

b) -15.

c) -4.

c) 0.

7) Si $\overline{x} = (3, 4, 0)$, entonces $||2\overline{x}||$ es igual a

a) $\sqrt{15}$.

b) $\sqrt{20}$.

c) 5.

d) 10.

8) La distancia del punto $P = (6, 8, 0)$ al origen de coordenadas es el doble de la distancia del punto $Q = (3, 4, 0)$ al origen de coordenadas.

a) Verdadero.

b) Falso.

9) El conjunto

$$X = \{(x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2 : \; x_1^2 + x_2^2 \leq 2\}$$

es

a) Compacto.

b) Infinito.

c) Convexo.

d) Acotado.

e) Cerrado.

f) Todas las anteriores.

10) Sean $\mathcal{B}_1((0, 0), 4)$ y $\mathcal{B}_2((1, 0), 1)$. Entonces, $\mathcal{B}_2 \subset \mathcal{B}_1$.

a) Verdadero.

b) Falso.

11) Si la relación de preferencias $\succeq$ sobre un conjunto de consumo es monótona, entonces el individuo preferiría consumir menos que más.

a) Verdadero.

b) Falso.

12) Las relaciones de preferencias son racionales porque el ser humano es racional.

a) Verdadero.

b) Falso.

13) Proponga una situación en la cual el individuo no puede decidir por alguna opción frente a un conjunto de opciones.

14) Sea $\succeq$ una relación de preferencias racional sobre $X = \{5, 4, 3, 2, 1\}$. ¿Es cierto que si 5 es al menos tan bueno como 4, que 4 es al menos tan bueno como 3, y que 3 es al menos tan bueno como 2, entonces 5 es al menos tan bueno como 1.

15) Consideremos el conjunto $X = \{5, 4, 3, 2, 1\}$ y definamos las siguientes relaciones de preferencias:

15.1) $x \succeq_1 y \quad \Leftrightarrow \quad x \geq y$

15.2) $x \succeq_2 y \quad \Leftrightarrow \quad 1/x \geq 1/y$

a) Verifique que $\succeq_1$ y $\succeq_2$ son preferencias racionales.

b) ¿Cómo están relacionados 2 y 3 de acuerdo con estas relaciones de preferencias?

b) Proporcione otras dos relaciones de preferencias racionales sobre el mismo conjunto.

En la Figura (1); la región sombreada, que denotamos por $\overline{\mathcal{C}}$, corresponde a un contorno superior de una determinada relación de preferencias $\succeq$. Las preguntas 16-22 están referidas a esta figura.

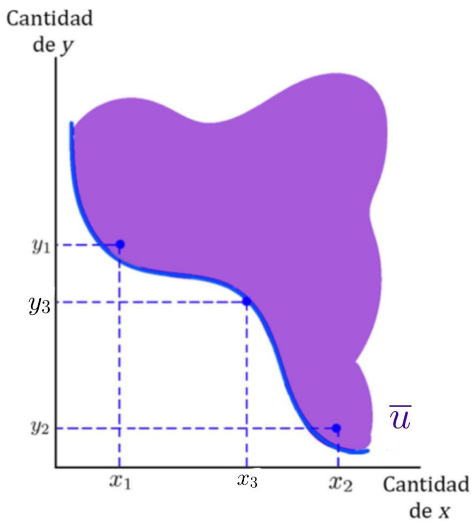

Figura 1: Curva de indiferencia y contorno superior.

16) La relación de preferencias es convexa

a) Verdadero.

b) Falso.

17) El punto (x_1, y_1) pertenece al contorno inferior.

a) Verdadero.

b) Falso.

18) $(x_1, y_1) \succ (x_3, y_3)$

a) Verdadero.

b) Falso.

19) Si u es una función de utilidad asociada con la preferencia $\succeq$, entonces $u(x_3, y_3) = \overline{u}$

a) Verdadero.

b) Falso.

20) El punto (x_1, y_1) es la solución del problema $\min u(x),\ s.a\ x \in \overline{\mathcal{C}}$

a) Verdadero.

b) Falso.

21) $(x_3, y_3) \succ (x_2, y_2)$

a) Verdadero.

b) Falso.

22) Si $u : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ representa a $\succeq$, entonces u es cuasicóncava.

a) Verdadero.

b) Falso.

....

23) Una relación de preferencias es racional si es completa y monótona.

a) Verdadero.

b) Falso.

24) Si $\succeq$ es una relación de preferencias convexa, entonces $(2,4) \succeq (1,2)$ implica que $(3/2, 3) \succeq (1,2)$

a) Verdadero.

b) Falso.

La Figura (2) muestra las curvas de indiferencia de la función de utilidad u. Las preguntas 24-26 están referidas a esta figura.

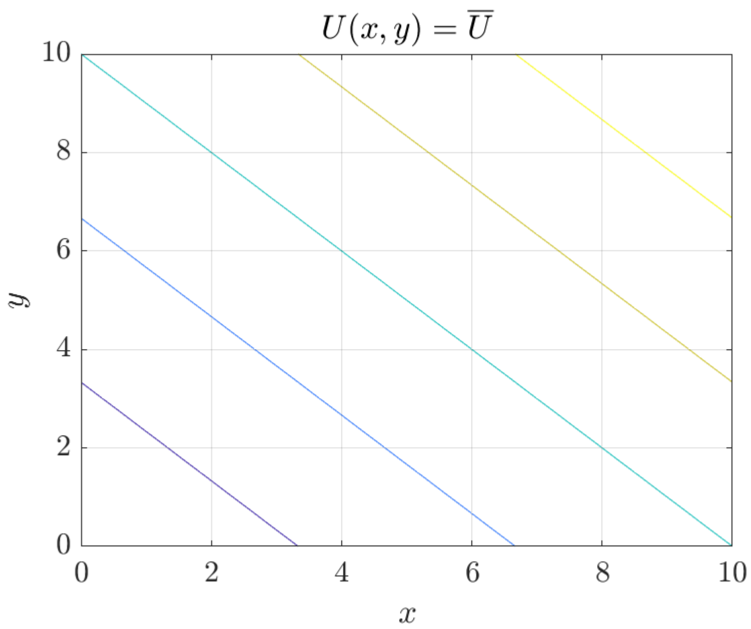

Figura 2: Curvas de nivel.

25) Para $a, b > 0$, podemos suponer que la función de utilidad es de la forma:

a) $u(x, y) = ax + by^2$.

b) $u(x, y) = x^a y^b$.

c) $u(x, y) = ax + by$.

d) $u(x, y) = \text{mín}\{ax, by\}$.

26) Sea $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2_+ :\ u(x, y) = 5\}$ la curva de indiferencia asociada a la recta de color morado en la Figura (2). Si $\succeq$ es monótona, entonces, $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2_+ :\ u(x, y) = 3\}$ puede corresponder a la curva de indiferencia de color turqueza.

a) Verdadero.

b) Falso.

27) La tasa marginal de sustitución es constante.

a) Verdadero.

b) Falso.

....

La Figura (3) muestra 2 curvas de indiferencia de la relación de preferencias $\succeq$, cuya función de utilidad asociada es la función u. Las cuestiones 26-28 están referidas a esta figura.

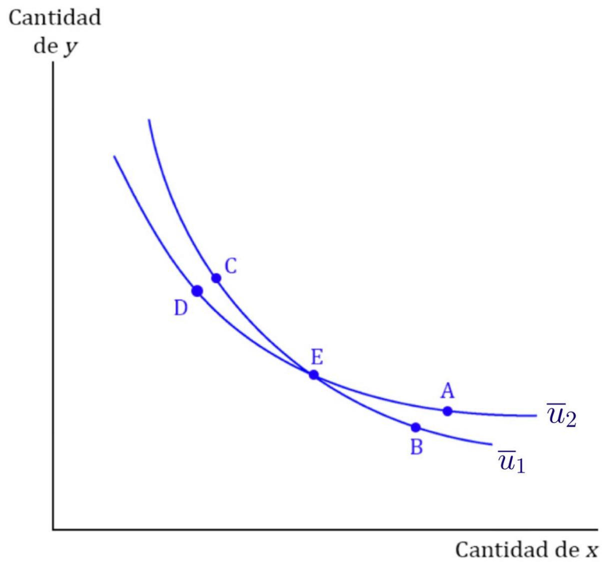

Figura 3: Curvas de indiferencia.

28) Se cumple que $A \sim E$.

a) Verdadero.

b) Falso.

29) Si $\overline{u}_2 > \overline{u}_1$, entonces $C \succ D$.

a) Verdadero.

b) Falso.

30) La relación de preferencias es racional.

a) Verdadero.

b) Falso.

....

31) En la Figura (4) se representan 3 curvas de indiferencia asociadas a la relación de preferencias $\succeq$.

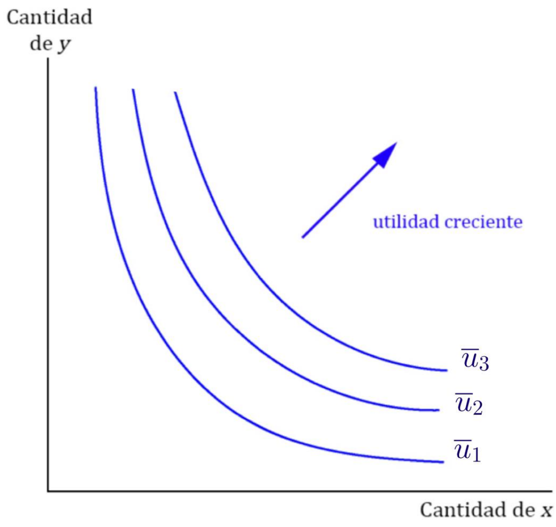

Figura 4: Curvas de indiferencia.

Seleccione la (las) respuesta(s) correctas:

a) La relación de preferencias es monótona.

b) La relación de preferencias no es convexa.

c) La relación de preferencias no es monótona.

d) La relación de preferencias es convexa.

e) Una disminución de y se puede compensar aumentando x.

32) Seleccione los conjuntos que sean convexos.

a) $\mathbb{R}$.

b) $[0,2] \cup (3,4]$.

c) $\emptyset$.

d) $\mathcal{B}((0,0),2)$.

33) Determine si la siguiente afirmación es falsa o verdadera. La unión de conjuntos convexos es un conjunto convexo.

a) Verdadera.

b) Falsa.

34) Determine si la siguiente afirmación es falsa o verdadera: la intersección de conjuntos convexos es un conjunto convexo.

a) Verdadera.

b) Falsa.

35) El conjunto $\{(x_1, x_2) \in \mathbb{R} : \ 0 \leq x_1 \leq 2, \ 2 \leq x_2 \leq 5\}$ es convexo.

a) Verdadero.

b) Falso.

36) El conjunto $\{(x_1, x_2) \in \mathbb{R} : \ 0 \leq x_1 \leq 2, \ 0 \leq x_2 \leq e^{x_1}\}$ es convexo y acotado.

a) Verdadero.

b) Falso.

37) El conjunto de presupuesto es

a) Acotado.

b) Cerrado.

c) Convexo.

d) Abierto.

38) La circunferencia $C = \{(x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2 : x_1^2 + x_2^2 = 4\}$ es un conjunto convexo.

a) Verdadero.

b) Falso.

39) La función $f(x_1, x_2) = x_1^2 + 2x_1 + 4x_2^2$ es convexa.

a) Verdadero.

b) Falso.

40) La función $f(x_1, x_2) = \exp(x_1^2 + 2x_1 + 4x_2^2)$ es convexa.

a) Verdadero.

b) Falso.

41) El producto de dos funciones cóncavas es una función cóncava.

a) Verdadero.

b) Falso.

42) Si f es una función cóncava. Entonces $\ln[f]$ es una función cóncava.

a) Verdadero.

b) Falso.

43) Si f es estrictamente convexa, entonces es convexa.

a) Verdadero.

b) Falso.

44) Si f es convexa y g es cóncava, entonces $-\frac{1}{2}f + 4g$ es cóncava.

a) Verdadero.

b) Falso.

45) Si f es convexa y g es cóncava, entonces $\frac{1}{2}f - g$ es cóncava.

a) Verdadero.

b) Falso.

46) La suma de tres funciones convexas es convexa.

a) Verdadero.

b) Falso.

47) La resta de dos funciones convexas es convexa.

a) Verdadero.

b) Falso.

48) Si f es una función convexa y negativa, entonces la función

$$2\sqrt{-f(x_1, x_2)} + \ln(x_1 + x_2)$$

es cóncava.

a) Verdadero.

b) Falso.

49) Si $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ es convexa, entonces

$$f\left(\frac{4}{3}, \frac{4}{3}\right) \leq \frac{1}{3} f\left(2, 2\right) + \frac{2}{3} f\left(1, 1\right).$$

a) Verdadero.

b) Falso.

50) Si la matriz hessiana de f está dada por

$$H_f = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 2 & 6 \end{pmatrix},$$

entonces la función f es cóncava.

a) Verdadero.

b) Falso.

51) Si la matriz hessiana de f está dada por

$$H_f = \begin{pmatrix} -4 & 2 \\ 2 & -6 \end{pmatrix},$$

entonces la función f es cóncava.

a) Verdadero.

b) Falso.

52) Si la matriz hessiana de f está dada por

$$H_f = \begin{pmatrix} 4 & 5 \\ 2 & 1 \end{pmatrix},$$

entonces la función f es convexa.

a) Verdadero.

b) Falso.

53) Si la matriz hessiana de f está dada por

$$H_f = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 6 \end{pmatrix},$$

entonces la función f es estrictamente cóncava.

a) Verdadero.

b) Falso.

54) Si la hessiana de la función $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ está dada por

$$H_f = \begin{pmatrix} 24 & -5 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

y la función g es convexa, entonces, $f + g$ es convexa.

a) Verdadero.

b) Falso.

55) La siguiente función de utilidad

$$u(x_1, x_2, x_3) = x_1^{0.2} + x_2^{0.4} + x_3^{0.6}, \quad x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

corresponde a una función del tipo

a) Leontief.

b) CES (Constant Elasticity Substitution).

c) Lineal.

d) Cobb-Doulgas.

56) La siguiente función de utilidad

$$u(x_1, x_2, x_3) = x_1^{0.2} x_2^{0.4} x_3^{0.4}, \quad x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

corresponde a una función del tipo

a) Leontief.

b) CES (Constant Elasticity Substitution).

c) Lineal.

d) Cobb-Doulgas.

57) La siguiente función de utilidad

$$u(x_1, x_2, x_3) = \ln(x_1) + \sqrt{x_2} + x_3$$

es cóncava.

a) Verdadero.

b) Falso.

58) La función

$$f(x, y) = x + y + -e^x - e^y$$

es convexa.

a) Verdadero.

b) Falso.

59) La función de costos es cóncava con respecto a los precios.

a) Verdadero.

b) Falso.

60) Una función cuasiconvexa es siempre convexa.

a) Verdadero.

b) Falso.

61) Una función cóncava es cuasicóncava.

a) Verdadero.

b) Falso.

62) Si las preferencias $\succeq$ son convexas y pueden ser representadas por una función de utilidad $u(\cdot)$, entonces $u(\cdot)$ es

a) Cóncava.

b) Cuasicóncava.

c) Cuasiconvexa.

d) Convexa.

63) En la siguiente figura, la Tasa Marginal de Sustitución es

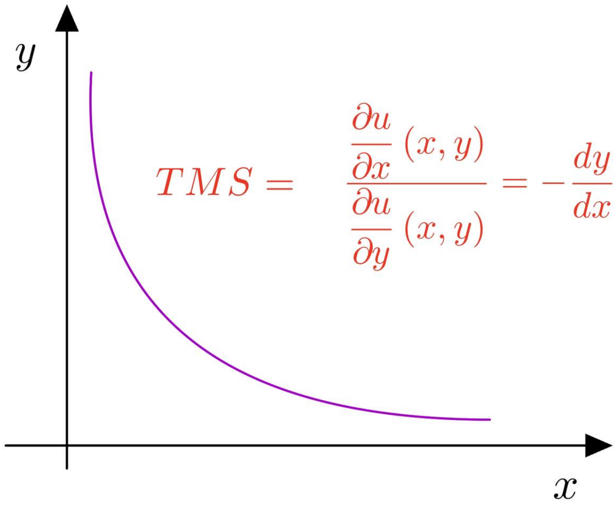

Figura 5: TMS.

a) Creciente.

b) Decreciente.

64) En relación a la Figura (5), dada la geometría de la curva de indiferencia, seleccione las funciones de utilidad que pueden representar las preferencias.

a) $u(x, y) = e^{x+y}$.

b) $u(x, y) = \ln(x + y)$.

c) $u(x, y) = \frac{1}{2}\ln(x) + \frac{1}{2}\ln(y)$.

d) $u(x, y) = x^{0.1}y^{0.9}$.

e) $u(x, y) = x^{0.4}y^{0.4}$.

f) $u(x, y) = \text{mín}\{5x, 3y\}$.

65) Nuevamente, en relación a la Figura (5), la función de utilidad que representa a las preferencias es cuasicóncava.

a) Verdadero.

b) Falso.

66) La siguiente función:

$$f(x) = x^2 + e^x + x$$

es cuasiconvexa.

a) Verdadero.

b) Falso.

67) La siguiente función:

$$f(x_1, x_2, x_3) = \sqrt{x_1} + \ln(x_2) + x_3$$

es cuasicóncava.

a) Verdadero.

b) Falso.

68) La función de utilidad de Leontief

$$u(x_1, x_2) = \text{mín}\{x_1, x_2\}$$

es cuasicóncava.

a) Verdadero.

b) Falso.

69) La función de producción Cobb-Douglas

$$F(x_1, x_2) = x_1^{\alpha_1} x_2^{\alpha_2}$$

es cóncava.

a) Verdadero.

b) Falso.

70) El problema de optimización

$$\text{máx } \ln(x_1 + x_2)$$
$$s.\ a: x_1, x_2 \geq 1,$$

tiene solución.

a) Verdadero.

b) Falso.

71) El problema de optimización

$$\text{mín } 2x_1^2 + 3x_2^2$$
$$s.\ a: x_1^2 + x_2^2 \leq 5,$$

tiene solución.

a) Verdadero.

b) Falso.

72) El problema de optimización

$$\begin{aligned} &\text{máx } 2x_1^2 + 3x_2^2 \\ &s.\ a: x_1^2 + x_2^2 < 5, \end{aligned}$$

tiene solución.

a) Verdadero.

b) Falso.

73) El problema de maximización

$$\text{máx } x_1^{0.5} x_2^{0.5} - 2x_1 - 3x_2,$$

corresponde al problema de maximización de la utilidad.

a) Verdadero.

b) Falso.

74) El problema de minimización

$$\begin{aligned} &\text{mín } 2x_1 + 2x_2 \\ &s.\ a: \ \text{mín}\{x_1, x_2\} \geq 5, \quad x_1, x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

corresponde al problema de minimización del gasto.

a) Verdadero.

b) Falso.

75) El problema de maximización de la utilidad

$$\text{máx } u(x_1, x_2) = \begin{cases} -\ln\left(\frac{1}{x_1 x_2}\right), & x_1, x_2 > 0 \\ 0, & x_1 = x_2 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} s.\ a: &\ p_1 x_1 + p_2 x_2 \leq I \\ &\ x_1, x_2 \geq 0, \end{aligned}$$

tiene solución.

a) Verdadero.

b) Falso.

76) El problema de optimización

$$\begin{aligned} &\text{máx } x_1^2 + x_2^2 \\ &s.\ a: 0 \leq x_1 \leq 1,\ x_2 \in \mathbb{R}. \end{aligned}$$

tiene solución.

a) Verdadero.

b) Falso.

77) Si x^* es un mínimo global de $f(x)$, entonces, es un mínimo global de $e^{-f(x)}$.

a) Verdadero.

b) Falso.

78) Si x^* es un mínimo global de $f(x)$, entonces, es un mínimo global de $\sqrt{f(x)}$.

a) Verdadero.

b) Falso.

79) La norma de $\overline{x} = \left(\underbrace{\frac{1}{\sqrt{n}}, ..., \frac{1}{\sqrt{n}}}_{n \text{ veces}}\right)$ es igual a

a) n.

b) $\sqrt{n}$.

c) 1.

80) Seleccione para qué función $\varphi(x)$ el siguiente conjunto es convexo,

$$\Omega = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 :\ 0 \leq x \leq 2,\ 0 \leq y \leq \varphi(x)\}$$

a) $\varphi(x) = x^2$.

b) $\varphi(x) = \sqrt{x}$.

c) $\varphi(x) = x^3$.

d) $\varphi(x) = \dfrac{1}{x+1}$.

81) Dado el problema de maximización de la utilidad:

$$\begin{aligned} &\max\ u(x_1, x_2) \\ &s.a.\ p_1x_1 + p_2x_2 \leq I \\ &x_1, x_2 \geq 0, \end{aligned}$$

este puede ser formulado como un problema de Lagrange siempre y cuando la relación de preferencias $\succeq$ asociada a la función de utilidad sea

a) Convexa.

b) Estrictamente monótona.

c) Continua.

d) Racional.

82) La siguiente matriz:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 5 \\ 2 & 8 \end{bmatrix}$$

tiene rango $\rho(A)$

a) $\rho(A) = 3$.

b) $\rho(A) = 1$.

c) $\rho(A) = 2$.

d) $\rho(A) = 0$.

83) El rango de una matriz corresponde a

a) El número de filas.

b) El número de zeros en la diagonal.

c) El máximo número de filas linealmente independientes.

d) El máximo número de columnas linealmente independientes.

84) El teorema de Weierstrass afirma que un problema de maximización tiene solución si:

a) La función objetivo es compacta.

b) El conjunto de oportunidad es cerrado y acotado.

c)La función objetivo es continua y el conjunto de oportunidad compacto.

d) La función objetivo es continua y el conjunto de oportunidad cerrado.

85) Si la función f es convexa y x^* es un mínimo local ($f(x^*) \leq f(x)$ para $x \in \mathcal{B}(x^*, \epsilon)$), entonces x^* es un mínimo global.

a) Verdadero.

b) Falso.

86) Si x^* es un máximo global de $f(x)$, entonces,

$$\sqrt{e^{f(x)+b}} \leq \sqrt{e^{f(x^*)+b}}, \quad \forall\, b \in \mathbb{R}.$$

a) Verdadero.

b) Falso.

87) Seleccione la solución al siguiente problema de maximización de la utilidad

$$\begin{aligned} &\text{máx } u(x,y) = x^\alpha y^{1-\alpha} \\ &s.a: p_x x + p_y y = I \\ &\qquad x, y \geq 0 \end{aligned}$$

a) $(x^*, y^*) = \left(\frac{(1-\alpha)I}{2\alpha p_x}, \frac{\alpha I}{2\alpha p_y}\right)$.

b) $(x^*, y^*) = \left(\frac{\alpha I}{p_x}, \frac{\alpha I}{p_y}\right)$.

c) $(x^*, y^*) = \left(\frac{\alpha I}{p_x}, \frac{(1-\alpha)I}{p_y}\right)$.

d) $(x^*, y^*) = \left(\frac{I}{\alpha p_x}, \frac{I}{(1-\alpha)p_y}\right)$.

88) Dada la función de producción $F(K, L) = K^{0.6}L^{0.4}$, se puede decir que

a) Ambos insumos son igual de intensivos en la producción.

b) La función de producción es lineal.

c) El capital genera mayor producción que el trabajo, ceteris-paribus.

d) Puede producirse usando un único factor.

89) Dado el problema de minimización del costo

$$\begin{aligned} &\text{mín } w_1 L + w_2 K \\ &s.a: aL + bK = y, \end{aligned}$$

si $\frac{w_1}{a} < \frac{w_2}{b}$, entonces al productor le conviene producir únicamente usando trabajo.

a) Verdadero.

b) Falso.

90) Si la función de producción es del tipo $\text{mín}\{ax_1, bx_2\}$, entonces, una condición necesaria para resolver

$$\text{mín } w_1x_1 + w_2x_2$$
$$s.a:\ \text{mín}\{ax_1, bx_2\} = y,$$

es

a) $ax_1 = bx_2$.

b) $ax_1 > bx_2$.

c) $ax_1 < bx_2$.

d) $a = b$.

91) En caso el problema de maximización de la utilidad tenga más de una solución, ¿qué puede decirse sobre la función de utilidad?

a) Es una Cobb-Douglas.

b) Es una lineal.

c) Es una Leontief.

92) Para resolver un problema de Lagrange, es siempre necesario aplicar la técnica de los multiplicadores de Lagrange.

a) Verdadero.

b) Falso.

93) Si la función de utilidad es lineal

$$u(x, y) = ax + by,$$

entonces, hay infinitas soluciones al problema de maximización de la utilidad si:

a) $a/b > p_1/p_2$.

b) $a/b = p_1/p_2$.

c) $a/b < p_1/p_2$.

d) $a/b = p_2/p_1$.

94) Si $v(p, I)$ es la función de utilidad indirecta y λ el multiplicador de Lagrange, entonces

a) $\lambda = \frac{\partial v}{\partial p_1}$.

b) $\lambda = \frac{\partial v}{\partial p_2}$.

c) $\lambda = \frac{\partial v}{\partial I}$.

95) La función de gasto $e(p, \overline{u})$ es

a) Convexa, creciente en p y en $\overline{u}$.

b) Cuasiconvexa, p.

c) Homogénea de grado 0 y cóncava en p.

d) Homogénea de grado 1 y cóncava en p.