PUCP

FACULTAD DE CIENCIAS SOCIALES

MATEMÁTICAS PARA ECONOMISTAS IV

PRÁCTICA CALIFICADA 2

PROFESOR: JORGE R. CHÁVEZ

JEFES DE PRÁCTICA: JOAQUÍN RIVADENERYA & MARCELO GALLARDO

SEMESTRE 2022-2

FECHA 20-09-2022

1) Indique la veracidad o falsedad de las siguientes afirmaciones. Justifique su respuesta. **(2 puntos cada una)**.

1.1) La función $f(x_1, x_2) = \ln(\sqrt{x_1}) + x_2^{\gamma}$ es convexa sobre su dominio de definición ($\gamma = 0.2$).

1.2) La función $f(x_1, x_2) = \exp(x_1 + x_2^2 + 8)$ es convexa sobre su dominio de definición.

1.3) La función $f(x_1, x_2) = \exp(\min\{2x_1, 3x_2\})$ es cuasicóncava sobre su dominio de definición.

2) Considere la siguiente función con parámetros

$$f(x_1, x_2) = \alpha x_1^2 + \beta x_2^2 + 4xy - 10.$$

2.1) Calcule la matriz Hessiana de $f(x, y)$.

(1 punto)

2.2) Determine en función de los parámetros α y β cuando la función es convexa.

(1 punto)

2.3) Si $\alpha = -3$ y $\beta = -5$. ¿Es la función cóncava? ¿ cuasicóncava? Justifique.

(1 punto)

3) Una de las funciones que cambió la teoría microeconómica fue la función de utilidad/producción CES (Constant Elasticity Substitution). Una variante de esta función, para dos bienes, es la siguiente

$$U(x_1, x_2) = \gamma_1 x_1^{\alpha_1} + \gamma_2 x_2^{\alpha_2},\ x_i \geq 0,\ \alpha_i \in [0, 1],\ \text{y } \gamma_i > 0.$$

3.1) Justifique, aplicando el teorema de composición y aritmética de funciones convexas/cóncavas, porque la función U es cóncava.

(2 puntos)

3.2) Calcule la matriz Hessiana de U y verifique su resultado en el ítem anterior.

(2 puntos)

3.3) Si las preferencias $\succeq$ están dadas a través de dicha función de utilidad U, o sea $x \succeq y \Leftrightarrow U(x) \geq U(y)$, determine gráficamente I_P y $\overline{C}_P$, en caso $P = (1, 1)$, $\alpha_1 = \alpha_2 = 0.5$ y $\gamma_1 = \gamma_2 = 1$. Concluya si la relación de preferencias es convexa.

(2 puntos)

4) Demuestre **por definición** que la función

$$f(x) = x^2,$$

es convexa. **(1 punto)**

5)

5.1) Demuestre que si $f(x)$ y $g(x)$ son funciones cuasicóncavas sobre S (conjunto convexo), $\psi(x) = \text{mín}\{f(x), g(x)\}$ es una función cuasicóncava.

(2 puntos)

5.2) Demuestre que, dados $a, b \geq 0$ y $p, q > 1$ tales que $\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = 1$,

$$ab \leq \frac{a^p}{p} + \frac{b^q}{q}.$$

(2 puntos)