

# Práctica Dirigida 1

PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL PERÚ  
MATEMÁTICA PARA ECONOMÍA Y FINANZAS 3 (1MAT27)

Semestre: 2022-1

Fecha: 09/04/22

Profesor: Jorge Chávez Fuentes (jrchavez@pucp.edu.pe)

Jefes de Práctica: Joaquin Rivadeneyra (jrivadeneyrab@pucp.edu.pe),  
Marcelo Gallardo (marcelo.gallardo@pucp.edu.pe),  
Mauricio Vallejos (mauricio.vallejos@pucp.edu.pe).

---

1. Pruebe que  $x(t) = Ce^{-t} + \frac{1}{2}e^t$  es la solución de la ecuación diferencial  $x'(t) + x(t) = e^t$  para todo  $C \in \mathbb{R}$ . Luego, encuentre la solución que pasa por  $(0, 1)$ .
2. Pruebe que cualquier función  $x(t)$  que satisface la ecuación
  - 2.1)  $xe^{tx} = C$  es una solución de la ecuación  $(1 + tx)x' = -x^2$
  - 2.2)  $x^2 = 2at$  es una solución de la ecuación  $2xx' = 2t(x')^2 + a$
  - 2.3)  $(1 - t)x^2 = t^3$  es una solución de la ecuación  $2t^3x' = x(x^2 + 3t^2)$ .
3. Para la ecuación diferencial  $x' = 2tx + t(1 + x)$ , pruebe que la solución  $x(t)$  que pasa por  $(0, 0)$  tiene un mínimo local en  $t = 0$ .
4. Encuentre la solución general de cada una de las siguientes ecuaciones:
  - 4.1)  $x' + \frac{1}{2}x = \frac{1}{4}$
  - 4.2)  $x' = -x + 10$
  - 4.3)  $x' - 3x = 27$
  - 4.4)  $x' = x + t$
  - 4.5)  $x' = -2x + t^2$ .
5. Diga cuáles de las siguientes ecuaciones son de variables separables:
  - 5.1)  $x' = x^2 + 1$
  - 5.2)  $x' = xt + t$
  - 5.3)  $x' = xt + xt^2$
  - 5.4)  $xx' = e^{xt}\sqrt{1 + t^2}$ .

6. Resuelva las siguientes ecuaciones:

6.1)  $x' = te^t - t$

6.2)  $x^2x' = t + 1$

6.3)  $e^x x' = t + 1$

6.4)  $tx' = x(1 - t)$

6.5)  $(1 + t^3)x' = t^2x$ .

7. Resuelva las siguientes ecuaciones:

7.1)  $x' = x + e^t x^2$

7.2)  $x' = x^4 t - x$

7.3)  $tx' - (1 + t)x = tx^2$

7.4)  $t^2x' + x^2 = tx$ .

8. Obtenga la solución y haga el diagrama de fase de los siguientes sistemas dinámicos:

8.1)  $x' = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -2 & 4 \end{pmatrix} x$

8.2)  $x' = \begin{pmatrix} 5 & 4 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} x$

8.3)  $x' = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 4 \end{pmatrix} x$

8.4)  $x' = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 4 & -1 \end{pmatrix} x$ .

9. Obtenga la solución de los siguientes sistemas dinámicos:

9.1)  $x' = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -2 & 4 \end{pmatrix} x + \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}$

9.2)  $x' = \begin{pmatrix} 5 & 4 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} x + \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ .