Práctica Calificada 4

PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL PERÚ
MATEMÁTICA PARA ECONOMÍA Y FINANZAS 3 (1MAT27)
Semestre: 2022-1
Fecha: 11/06/2022
Profesor: Jorge Chávez Fuentes (`jrchavez@pucp.edu.pe`)
Jefes de Práctica: Joaquin Rivadeneyra (`jrivadeneyrab@pucp.edu.pe`),
Marcelo Gallardo (`marcelo.gallardo@pucp.edu.pe`),
Mauricio Vallejos (`mauricio.vallejos@pucp.edu.pe`).

---

1. Dada la ecuación en diferencias $x(t+1) = ax(t) + b$, sabemos que la trayectoria solución viene dada por la expresión

$$x(t) = a^t(x_0 - x^*) + x^*.$$

donde x_0 es una condición inicial y x^* es la solución de equilibrio. Analice la veracidad o falsedad de las siguientes afirmaciones, justificando su respuesta.

(a) Si $a < 0$ la trayectoria es monótona.

(2 puntos)

(b) Si $a > 0$, $\lim_{t\to\infty} x(t) = \infty$ para toda condición inicial x_0.

(2 puntos)

(c) Si $a = 3$ y $b = 2$, $\lim_{t\to\infty} x(t) = -1$.

(2 puntos)

(d) Si $a = -5/4$, la gráfica de la trayectoria solución es la siguiente

(2 puntos)

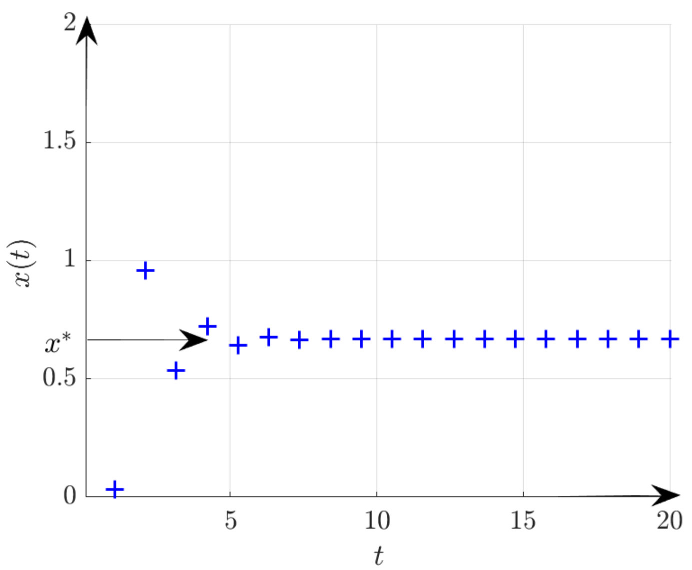

Figura 1: Trayectoria.

2. La producción $Y = Y(t)$ sigue la siguiente dinámica

$$Y(t+1) = C(t) + I(t),$$

donde $I(t)$ y $C(t)$ son la inversión y el consumo en el tiempo $t \in \mathbb{Z}^+$, respectivamente. Si $C(t) = \delta Y(t) + C_0$, con $\delta, C_0 > 0$, $\delta \neq 1$, y la inversión es constante en el tiempo, es decir $I(t) = I$ para todo t, resuelva los siguientes problemas.

(a) Obtenga la trayectoria solución de la producción $Y = Y(t)$.

(3 puntos)

(b) Analice la convergencia del modelo en función de los parámetros, es decir, determine lo que ocurre con la producción $Y(t)$ a largo plazo en función de δ, I y C_0.

(3 puntos)

3. Al resolver un problema de "*programación dinámica*", que consiste en encontrar la trayectoria óptima del consumo con el objetivo de maximizar la utilidad agregada de una sociedad durante un periodo de tiempo $[0, T]$, se obtiene el siguiente sistema de ecuaciones en diferencias:

$$\begin{aligned} k(t+1) &= (1+\delta)k(t) - c(t) \\ c(t+1) &= \rho(1+\delta)c(t), \end{aligned}$$

donde $k(t)$ y $c(t)$ son, respectivamente, el capital y el consumo en el tiempo $t \in \mathbb{Z}^+$. Aquí ρ y δ son parámetros tales que $0 < \rho,\ \delta < 1$. Resuelva los siguientes problemas.

(a) Plantee este sistema de forma matricial.

(1 punto)

(b) Obtenga la solución general; es decir, las trayectorias del capital y del consumo. Para esto, considere $k(0) = 1$ y $c(0) = 1$.

(3 puntos)

(c) ¿Qué relación debe existir entre δ y ρ para que el consumo sea decreciente; es decir, cuanto mayor es t, menor es el consumo.

(2 puntos)