

Práctica Calificada 3

PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL PERÚ
MATEMÁTICA PARA ECONOMÍA Y FINANZAS 3 (1MAT27)

Semestre: 2022-1

Fecha: 28/05/2022

Profesor: Jorge Chávez Fuentes (jrchavez@pucp.edu.pe)

Jefes de Práctica: Joaquin Rivadeneyra (jrivadeneyrab@pucp.edu.pe),
Marcelo Gallardo (marcelo.gallardo@pucp.edu.pe),
Mauricio Vallejos (mauricio.vallejos@pucp.edu.pe).

1. Sea el siguiente sistema no lineal

$$\begin{aligned}x'_1 &= f(x_1, x_2) \\x'_2 &= g(x_1, x_2).\end{aligned}$$

Diga si las siguientes afirmaciones son falsas o verdaderas:

- a) Si el determinante de la matriz Jacobiana evaluada en el equilibrio x^* es negativo, este se comporta localmente como una silla. **(2 puntos)**
- b) Si el determinante de la matriz Jacobiana evaluada en el equilibrio x^* es igual a cero, este equilibrio es hiperbólico. **(2 puntos)**
- c) Si los valores propios de la Jacobiana evaluada en el equilibrio x^* cumplen que $\lambda_1\lambda_2 > 0$ y $\lambda_1 + \lambda_2 < 0$, entonces el equilibrio es inestable. **(2 puntos)**
- d) Si $f(x_1, x_2) = e^{x_1+x_2}$ y $g(x_1, x_2) = x_1^2 + x_2^2$, el sistema no posee equilibrios. **(2 puntos)**

2. Se sabe que el sistema dinámico que se presenta a continuación tiene como único equilibrio no hiperbólico al punto $(0, 0)$

$$\begin{aligned}x' &= f(x, y) \\y' &= g(x, y).\end{aligned}$$

Si al pasar a coordenadas polares el sistema adquiere la forma

$$\begin{aligned}r' &= (1 - \alpha^2)r \\ \theta' &= 2,\end{aligned}$$

resuelva lo siguiente

- a) Analice el comportamiento de las trayectorias en función del parámetro $\alpha \in \mathbb{R}$. **(4 puntos)**

- b) Tomando $\alpha = 1/2$, esboce el diagramas de fases cerca del equilibrio $(0, 0)$ en el plano $X - Y$.

(2 puntos)

3. Considere el siguiente sistema no lineal

$$x' = f(x, y)$$

$$y' = g(x, y)$$

cuyo diagrama de fases es el siguiente:

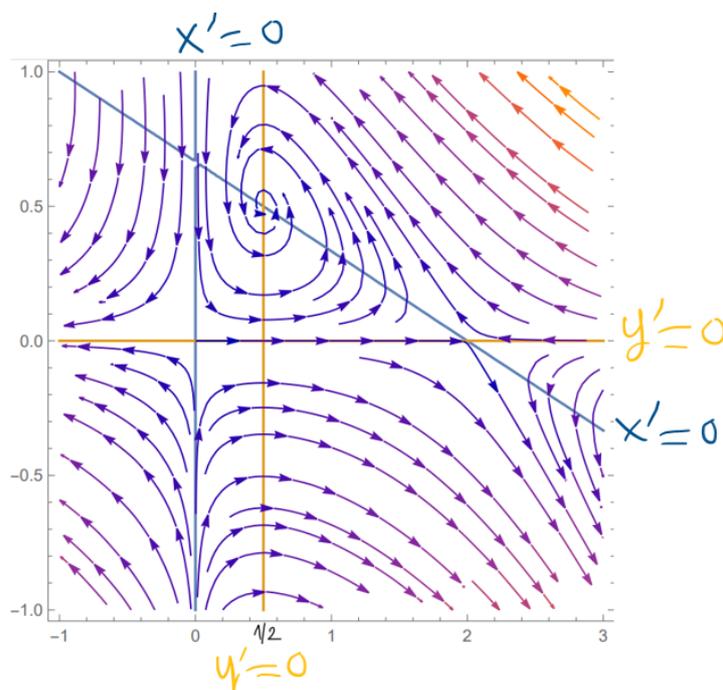


Figura 1: Diagrama de fases. En azul $x' = 0$ y en naranja $y' = 0$.

Resuelva lo siguiente:

- a) Encuentre los equilibrios. (2 puntos)
- b) La matriz Jacobiana de este sistema es la siguiente:

$$J = \begin{pmatrix} -2x - 3y + 2 & -3x \\ 2y & 2x - 1 \end{pmatrix}.$$

Determine los equilibrios para los cuales es posible aplicar el teorema de Hartman-Grobman.

(2 puntos)

- c) De acuerdo con el teorema de Hartman-Grobman, ¿qué tipo de estabilidad tienen los equilibrios encontrados?

(2 puntos)