PC1 – Solucionario

Ejercicio 1. Construya las curvas de indiferencia de las preferencias de Carlos, Carmen y Jorge:

1.1) A Carlos no le gusta comer jamón y queso por separado, pero le encantan los sándwiches con 2 lonjas de jamón y 1 de queso.

1.2) A Carmen le gustan jamón y queso por separado, pero prefiere comerlos juntos.

1.3) A Jorge le encanta el café, pero ni le gusta ni le disgusta el té.

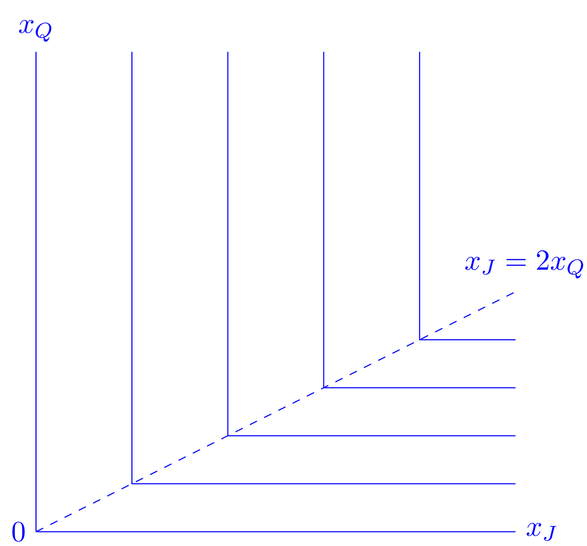
Solución.

1.1) Preferencias de proporciones fijas 2:1 *(complementos perfectos, Leontief). Denotando x_J la cantidad de lonjas de jamón y x_Q el queso:*

$$u(x_J, x_Q) = \text{mín}\left\{\tfrac{x_J}{2},\, x_Q\right\}.$$

Las curvas de indiferencia son:

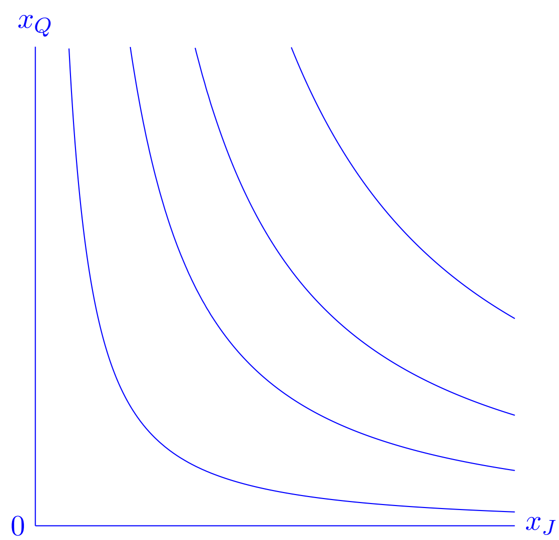
$$\left\{(x_J, x_Q) \in \mathbb{R}^2_+ : \text{mín}\left\{\tfrac{x_J}{2},\, x_Q\right\} = \overline{u} \geq 0\right\}.$$



(a) Carlos

1.2) Le gustan ambos por separado (monotonía estricta *) y* prefiere la combinación *(* complementariedad *).*
Una representación típica es Cobb–Douglas, por ejemplo

$$u(x_J, x_Q) = ax_J + bx_Q + x_J^{\alpha} x_Q^{1-\alpha}, \quad \alpha \in (0,1), a, b \geq 0.$$

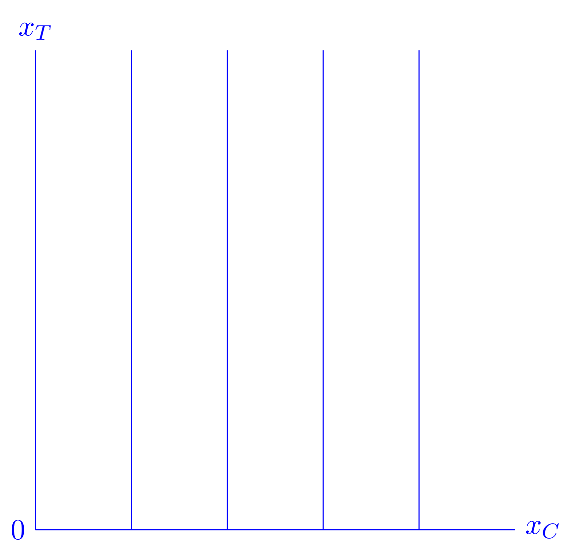


(b) Carmen

1.3) El té es neutral*; el café es un bien. Una representación es*

$$u(x_C, x_T) = x_C.$$

Las curvas de indiferencia son líneas verticales $x_C =$ constante: la utilidad solo depende del café.



(c) Jorge

Ejercicio 2. La Figura 1 (archivo P1.pdf) muestra dos situaciones, (a) y (b), de curvas que supuestamente representan niveles distintos de indiferencia. Determine y explique cuál no corresponde a curvas de indiferencia de *un mismo consumidor* en niveles diferentes. **(3 puntos)**

Solución. La situación que no corresponde *es la que muestra* curvas que se cruzan.

Ejercicio 3. Resuelva:

3.1) Si las preferencias son monótonas y el ingreso y precios son positivos, ¿en qué parte de la región presupuestaria cae la mejor canasta?

3.2) Si $A, B \subset \mathbb{R}^n$ son convexos, ¿es convexo $A \cup B$?

3.3) ¿Es convexo un conjunto formado por un único punto? ¿Siempre es convexo un conjunto formado por infinitos puntos diferentes?

3.4) Si X_1 y X_2 son *males de consumo*, indique dos pares diferentes del contorno superior de $(3, 4)$.

Solución.

3.1) Con preferencias monótonas, la canasta óptima está en la ***recta presupuestaria****. Si es interior, cumple $MRS = \frac{p_1}{p_2}$. Si no, se elige una esquina de la frontera.*

3.2) No necesariamente. La unión de dos conjuntos convexos puede no ser convexa: intervalos disjuntos. Por ejemplo, $X = [0, 1] \cup [2, 3]$. Luego, $1{,}5 = (1/2)(1) + (1/2)(2) \notin X$. Otro ejemplo: dos bolas disjuntas.

3.3) Un único punto $\{x\}$ sí es convexo. Un conjunto infinito no siempre lo es (por ejemplo, la unión de dos circunferencias disjuntas, o los enteros $\mathbb{Z}$).

3.4) Si ambos son males, *"menos es mejor". El contorno superior de $(3, 4)$ incluye al menos aquellas canastas menores en ambas componentes; esto es:*

$$\{(x_1, x_2) : x_1 \le 3,\ x_2 \le 4\} \subseteq \underline{C}(3, 4).$$

y uno puede tomar puntos cualesquiera ahí. Por ejemplo $(1, 1)$ y $(2, 2)$.

Ejercicio 4. Las preferencias (i) Cobb–Douglas y (ii) Leontief están definidas como sigue:

$$\begin{aligned} \text{Cobb-Douglas:} \quad & (x_1, x_2) \succeq (y_1, y_2) \iff x_1^{1/2} x_2^{1/2} \ge y_1^{1/2} y_2^{1/2} \\ \text{Leontief:} \quad & (x_1, x_2) \succeq (y_1, y_2) \iff \text{mín}\{x_1, x_2\} \ge \text{mín}\{y_1, y_2\} \end{aligned}$$

4.1) Determine el conjunto de indiferencia de $(4, 1/4)$.

4.2) Determine el contorno superior de $(4, 1/4)$.

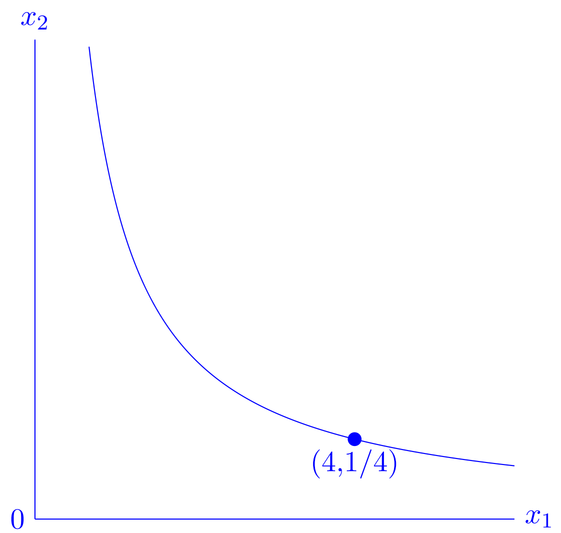
4.3) ¿Son convexos esos contornos superiores?

4.4) Con respecto a la preferencia Cobb-Douglas, $(25, 1/25)$ y $(1/9, 9)$ se llaman sustitutos porque se encuentran en un mismo conjunto de indiferencia. ¿Son sustitutos con respecto a la Leontief?

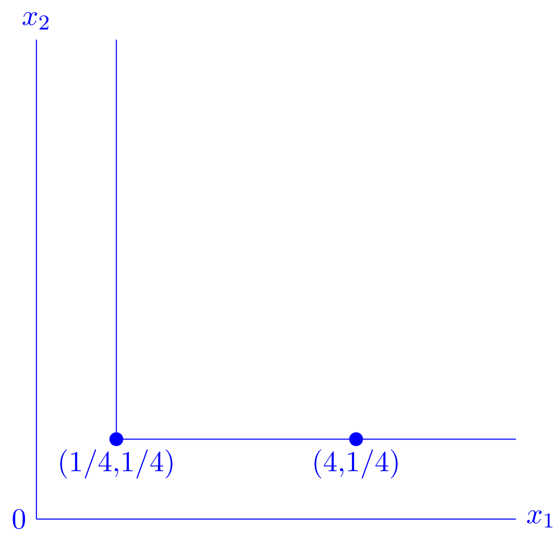
4.5) Dé un par preferido a $(4, 1/4)$ en cada caso.

Solución.

4.1) *Cobb–Douglas:* $\overline{u} = 4^{1/2}(1/4)^{1/2} = 1$. *Indiferencia:* $\{(x_1, x_2) : x_1^{1/2} x_2^{1/2} = 1 = \overline{u}\}$.
Leontief: $\overline{u} = 1/4$. *Indiferencia:* $\{x_1 \geq 1/4,\ x_2 = 1/4\} \cup \{x_1 = 1/4,\ x_2 \geq 1/4\}$.

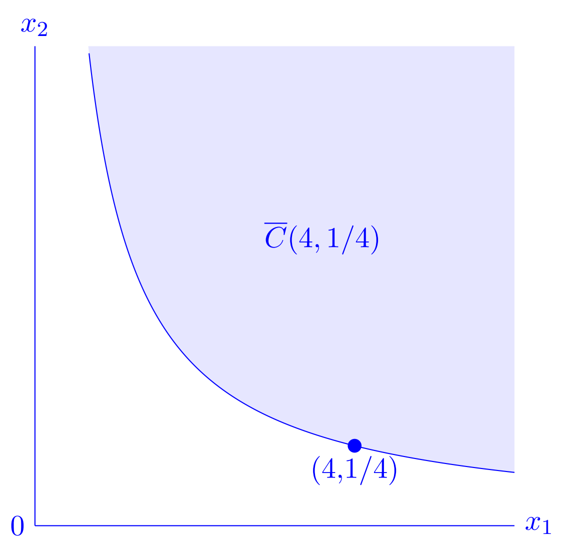


(i) Cobb-Douglas

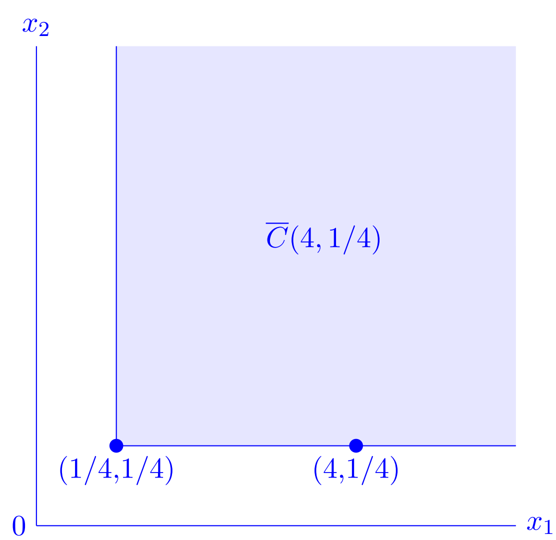


(ii) Leontief

4.2) *Cobb–Douglas:* $\{x_1^{1/2} x_2^{1/2} \geq 1\}$. *Leontief:* $\{x_1 \geq 1/4,\ x_2 \geq 1/4\}$.



(i) Cobb-Douglas



(ii) Leontief

4.3) *Ambos contornos son convexos.*

4.4) *Para la Cobb–Douglas son sustitutos, pero para la Leontief no, generan utilidades distintas.*

4.5) *Cobb–Douglas: cualquier* (x_1, x_2) *con* $x_1^{1/2} x_2^{1/2} > 1$, *ej.* $(5, 1/4)$.
Leontief: cualquier (x_1, x_2) *con* $\min\{x_1, x_2\} > 1/4$, *ej.* $(1, 1)$.