

PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL PERÚ
FACULTAD DE CIENCIAS SOCIALES

MATEMÁTICAS PARA ECONOMISTAS

PRÁCTICA DIRIGIDA 7

PROFESOR: JORGE R. CHÁVEZ

JEFES DE PRÁCTICA: MARCELO GALLARDO & RODRIGO CROUSILLAT

SEMESTRE 2025-2

FECHA: 18 de noviembre de 2025

1) Con respecto al problema

$$\begin{aligned} \text{máx} \quad & \sum_{t=0}^2 \beta^t \sqrt{c(t)} \\ \text{s.a.} \quad & x(t+1) = (1+r)x(t) - c(t), \\ & x(0) = x_0. \end{aligned}$$

1. ¿Qué tipo de problema se está resolviendo?
2. ¿Qué valores puede o debe tomar β ?
3. ¿Cuál es la variable de control y cuál es la variable de estado? ¿Qué representan?
4. Obtenga $x^*(t)$ y $c^*(t)$.

2) Considere el siguiente problema de maximización

$$\begin{aligned} \text{máx} \quad & \sum_{t=0}^T [1 - x^2(t) - 2u^2(t)] \\ \text{s.a. :} \quad & x(t+1) = x(t) - u(t) \\ & x(0) = x_0. \end{aligned}$$

Identifique la variable de control y la variable de estado. Resuelva el problema aplicando las ecuaciones de Bellman.

3) Con respecto al problema

$$\begin{aligned} \text{máx} \quad & \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \ln(c(t)) \\ \text{s.a.} \quad & x(t+1) = (1+r)[x(t) - c(t)] \\ & x(0) = x_0 \\ & (1+r)\beta < 1 \end{aligned}$$

1. ¿Qué tipo de problema es? ¿Cuál es el interés de la formulación con horizonte de tiempo infinito?
2. ¿Se puede asegurar que se alcanza el máximo?
3. Resuelva el problema vía ecuaciones de Bellman. Tenga en cuenta que $x(t)$ debe

4) **Un modelo de ajustes de costos.** Considere una firma con tecnología

$$y(t) = f(k(t)), \quad t \in \mathbb{Z}_+$$

$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}_+$ continua, diferenciable y estrictamente creciente. Note que esta firma opera únicamente con stock de capital. La firma desea maximizar sus beneficios traídos a valor presente:

$$\sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \pi(t), \quad \beta \in (0, 1)$$

donde

$$\pi(t) = f(k(t)) - I(t) - \frac{\xi}{2} I^2(t).$$

Por otro lado, así como en el modelo de Solow,

$$k(t+1) = I(t) + (1 - \delta)k(t).$$

Suponga finalmente que el capital está acotado, de manera que $k(t) \in [0, \bar{k}]$.

1. Plantee el problema de programación dinámica que enfrenta la firma. Identifique sus costos, la ecuación de estado, la variable de estado y la variable de control.
2. Interprete la estructura del problema: parámetros, tecnología de la firma.
3. Plantee las ecuaciones de Bellman.
4. Establezca una dinámica para la inversión.