FACULTAD DE CIENCIAS SOCIALES
ESPECIALIDAD DE FINANZAS

TEORÍA DE CONTRATOS

Microeconomía Financiera
Semester 2024-2

Profesor: José D. Gallardo Kú
jgallardo@pucp.edu.pe
Jefes de prácticas: Marcelo Gallardo
marcelo.gallardo@pucp.edu.pe
https://marcelogallardob.github.io/

Estas notas son una transcripción resumida de Tadelis and Segal (2005). Cubrimos el modelo del principal agente.

1 El modelo del principal agente

Se describe una situación donde un Principal contrata con un Agente que posee información privada. Un ejemplo común es cuando el Principal es un vendedor monopolista y el Agente es un comprador. El vendedor intenta diferenciar entre compradores de distintos tipos, induciéndolos a seleccionar diferentes combinaciones de consumo. Esta situación se conoce como *monopolistic screening* o discriminación de precios de segundo grado. El enfoque principal es este escenario, pero el mismo modelo puede aplicarse a otros contextos.

El principal es un vendedor que puede escoger sobre una cantidad $x \in X \subset \mathbb{R}_+$, a cambio de un pago $t \in \mathbb{R}$. Los beneficios del principal son entonces

$$t - c(x),$$

donde $c(\cdot)$ es la función de costos del principal. Un agente, en este contexto, es un comprador que consume $x \in X$ y paga t. Su utilidad está dada por

$$v(x, \theta) - t,$$

siendo $\theta \in \Theta \subset \mathbb{R}$ su tipo. Pensamos en θ como una variable aleatoria cuya realización es la información privada del agente. Esto es, θ no es observado por el principal. Sin embargo, el principal tiene una *prior*, i.e., una distribución de probabilidad sobre θ. Asumamos que el principal tiene todo el poder de negociación y hace una oferta de tómalo o déjalo. Si el agente no acepta, el outcome es $(x, t) = (0, 0)$. Así, la utilidad de reserva $v(0, \theta)$. Nos preguntamos ahora qué tipos de contratos le ofrece el principal al gente. Una posibilidad es ofrecer (x, t) tal que todos acepten, *pooling*. Sin embargo, por lo general, el principal procederá de otra manera ofreciendo contratos diferentes, separando a los agentes.

Definición 1.1. Una tarifa es una función $T : X \to \mathbb{R}$ que especifica una serie de pagos $T(x)$ tal que el agente tiene que hacer con la finalidad de recibir diferentes cantidades del bien $x \in X$.

Observación 1. Dado que se le da siempre la opción al consumidor de rechazar, $T(0) = 0$.

Dada una tarifa $T(\cdot)$, un agente con tipo θ escoge

$$x \in \operatorname{argmax}_{x \in X}[v(x, \theta) - T(x)].$$

A continuación, definimos un concepto muy importante relacionado con las funciones parametrizadas.

Definición 1.2. Una función $\varphi : X \times \Theta \to \mathbb{R}$, con $X, \Theta \subset \mathbb{R}$ posee la Propiedad del Cruce Único (*Single Crossing Property (SCP)*), si $\dfrac{\partial \varphi(x, \theta)}{\partial x}$ existe y es estrictamente creciente en θ para todo x.

La SCP fue sugerida inicialmente por Mirrlees (1971) y Spence (1973), aplicada a $v(x, \theta)$. Intuitivamente, $v(\cdot, \cdot)$ satisface la SCP cuando la utilidad marginal del consumo v_x incrementa con el tipo θ. En ese sentido, los de tipos más altos tienen curvas de indiferencia más acentuadas en el espacio $X - T$.

Definición 1.3. Una función $\varphi : X \times \Theta \to \mathbb{R}$, $X, \Theta \subset \mathbb{R}$ es creciente en diferencias si

$$\varphi(x'', \theta) - \varphi(x', \theta)$$

es creciente en θ para todo $x', x'' \in X$ tales que $x'' > x'$.

Lema 1. Si $\varphi(x, \theta)$ es C^1 y satisface la SCP, y X es un intervalo, entonces φ es creciente en diferencias.

Proof. Para $\theta'' > \theta'$,

$$\begin{aligned} \varphi(x'', \theta'') - \varphi(x', \theta'') &= \int_{x'}^{x''} \frac{\partial \varphi}{\partial x}(x, \theta'') dx \\ &> \int_{x'}^{x''} \frac{\partial \varphi}{\partial x}(x, \theta') dx \\ &= \varphi(x'', \theta') - \varphi(x', \theta'). \end{aligned}$$

□

Observación 2. Si la función $v(x, \theta)$ de los agentes cumplen las propiedad de creciente en diferencias, entonces las curvas de indiferencia para dos tipos θ', θ'' con $\theta' < \theta''$ no se cruzan más de una vez. Supongamos por contradicción que existen (x', t') y (x'', t'') con $x' < x''$ tales que se cruzan en dichos puntos. Esto implica que incrementar el consumo de x' a x'' es igual a $t' - t''$ para los dos agentes:

$$\varphi(x'', \theta'') - \varphi(x', \theta'') = \varphi(x'', \theta') - \varphi(x', \theta')$$

lo cual es ciertamente una contradicción. Esto en cierta medida justifica el nombre de la SCP.

Teorema 1. Topkis, Edlin-Shannon. Sea $\theta'' > \theta'$ y $x' \in \text{argmax}_{x\in X}\varphi(x,\theta')$ y $x'' \in \text{argmax}_{x\in X}\varphi(x,\theta'')$. Entonces,

1. Si φ es creciente en diferencias, $x'' \geq x'$.
2. Si φ posee la SCP y al menos x' o x'' son interiores a X, entonces $x'' > x'$.

Proof. Por preferencia revelada,

$$\begin{aligned} \varphi(x',\theta') &\geq \varphi(x'',\theta') \\ \varphi(x'',\theta'') &\geq \varphi(x',\theta''). \end{aligned}$$

Manipulando los términos,

$$\varphi(x'',\theta'') - \varphi(x',\theta'') \geq \varphi(x'',\theta') - \varphi(x',\theta').$$

Esto es solo posible si $x'' \geq x'$. Ahora bien, por CPO, para soluciones interiores (s.p.d.g. supongamos que x' es interior),

$$\frac{\partial\varphi}{\partial x}(x',\theta') = 0.$$

Luego,

$$\frac{\partial\varphi}{\partial x}(x',\theta'') > \frac{\partial\varphi}{\partial x}(x',\theta') = 0.$$

Por ende, x' no es óptimo para θ''. Y como un incremento en x (cuando $x = x'$) incrementa $\varphi(x,\theta'')$, entonces $x'' > x'$. $\square$

Observación 3. La SCP implica que la función objetivo $\phi(x,\theta) = v(x,\theta) - T(x)$ cumple con la condición de diferencias crecientes (ID), lo que asegura que la elección óptima de consumo x por parte del agente es no decreciente con respecto a su tipo θ. Esto se conoce como *sorting condition*.

Sin embargo, si el esquema tarifario $T(x)$ tiene discontinuidades, puede ocurrir que un intervalo de tipos diferentes elija el mismo nivel de consumo x, fenómeno conocido como *pooling*. Para asegurar una *separación completa* de tipos, es necesario que $T(x)$ sea diferenciable. Si $T(x)$ es diferenciable, la función $\phi(x,\theta)$ satisfará la SCP, y la elección de consumo x será estrictamente creciente en el tipo θ, logrando así una separación perfecta de tipos.

1.1 Información Completa

A modo de referencia, consideramos el caso en el cual un principal observa el tipo del agente θ. Dado θ, ofrece (x,t) para resolver

$$\begin{cases} \max_{(x,t)\in X\times\mathbb{R}} & t - c(x) \\ \text{s. t.} & v(x,\theta) - t \geq v(0,\theta) = 0 \;\; \text{Racionalidad Individual (IR) / Participación.} \end{cases}$$

Asumiendo monotonía en v, la IR debe ser activa pues, caso contrario, el principal puede incrementar sus beneficios subiendo t manteniendo la IR. Así, el problema puede reescribirse

$$\max_{x\in X}\; v(x,\theta) - c(x).$$

Esto es de hecho la maximización del surplus total. Así, la elección es socialmente óptima. Esto se conoce como discriminación de primer orden. Además, ilustra el Teorema de Coase *negociación privada entre las partes, en ausencia de fricciones, conduce a lo socialmente óptimo.* Veremos que la información privada constituye un costo de transacción. A continuación haremos algunos supuestos:

1. Para cada $\theta \in \Theta$,
$$\text{argmax}_{x\in X}[v(x,\theta) - c(x)] = \{x^*(\theta)\}.$$
Esto sucede asumiendo estricta concavidad en $v(x,\theta) - c(x)$.

2. $v(x,\theta)$ satisfies SCP (single crossing property).

3. $c(x)$ is differentiable in x.

4. For each θ, $x^*(\theta)$ is in the interior of X.

1.2 Principio de Revelación

Ahora consideramos el problema de contratación con información privada. Supongamos que el principal ofrece una tarifa $T : X \to \mathbb{R}$, con $T(0) = 0$. Sea $x(\theta) \in \text{argmax}_{x\in X}[v(x,\theta) - T(x)]$ la elección del agente cuando es de tipo θ, y sea $t(\theta) = T(x(\theta))$. Entonces,

$$\begin{aligned} &v(x(\theta),\theta) - t(\theta) \geq v(0,\theta),\ \forall\ \theta \in \Theta \quad \text{(IR)} \\ &v(x(\theta),\theta) - t(\theta) \geq v(x(\hat\theta),\theta) - t(\hat\theta),\quad \forall\ \theta,\hat\theta \in \Theta \quad \text{(IC)}. \end{aligned}$$

IR es la racionalidad individual (ya analizado: la utilidad escogiendo debe ser mayor que la utilidad de reserva) e IC es la compatibilidad de incentivos (un agente de tipo θ no le conviene hacerse pasar por el tipo $\hat\theta$). Bajo estas condiciones, cuando el principal le pide al agente que revele su tipo, escoge $\hat\theta = \theta$.

Un mecanismo en el cual se le pide al agente anunciar su tipo y recibe $(\hat x(\theta), t(\hat\theta))$, y que satisface IR e IC, se llama *Contrato de Revelación Directa.*

Teorema 2. Principio de Revelación para Tarifas. Toda tarifa puede ser reemplazado por un Contrato de Revelación Directo que tiene un equilibrio que da lugar a las mismas canastas de consumo de equilibrio para todos los tipos.

Para todo mecanismo de revelación directa $(x(\theta), t(\theta))_{\theta\in\Theta}$, podemos usar

$$T(x) = \begin{cases} t(\theta), & \text{si } x = x(\theta) \\ +\infty, & \text{caso contrario.} \end{cases}$$

Esto es, cada contrato puede ser reemplazado por un mecanismo de revelación directo con tarifa.

Definición 1.4. El problema del principal para escoger el Contrato de Revelación Directa que maximice el beneficio con información privada es

$$\begin{cases} \max_{x:\Theta\to X, t:\Theta\to\mathbb{R}} & \mathbb{E}_\theta[t(\theta) - c(x(\theta))] \\ \text{s. a.} & v(x(\theta),\theta) - t(\theta) \geq v(x(\hat\theta),\theta) - t(\hat\theta),\ \forall\ \theta,\hat\theta \in \Theta \quad \text{(IC)} \\ & v(x(\theta),\theta) - t(\theta) \geq v(0,\theta),\ \forall\ \theta \in \Theta. \end{cases}$$

A este programa de optimización se le conoce como segundo mejor.

1.3 Solución con dos tipos de agente

Consideremos el caso en el que $\Theta = \{\theta_L, \theta_H\}$[1] con $\theta_H > \theta_L$. El principal sabe que $\mathbb{P}\{\theta = \theta_L\} = \pi \in (0,1)$; y por ende, $\mathbb{P}\{\theta = \theta_H\} = 1 - \pi$. El principal busca el Contrato de Revelación Directo

$$((x(\theta_L), t(\theta_L)), (x(\theta_H), t(\theta_H)) = ((x_L, t_L), (x_H, t_H)).$$

Luego, el problema de maximización

$$II : \begin{cases} \max_{((x_L,t_L),(x_H,t_H))} & \pi[t_L - c(x_L)] + (1-\pi)(t_H - c(x_H)) \\ \text{s.t.} & v(x_L, \theta_L) - t_L \geq v(0, \theta_L) \quad (\mathrm{IR}_L) \\ & v(x_H, \theta_H) - t_H \geq v(0, \theta_H) \quad (\mathrm{IR}_H) \\ & v(x_L, \theta_L) - t_L \geq v(x_H, \theta_L) - t_H \quad (\mathrm{IC}_{LH}) \\ & v(x_H, \theta_H) - t_H \geq v(x_L, \theta_H) - t_L \quad (\mathrm{IC}_{HL}). \end{cases}$$

Teorema 3. La solución al problema II, las restricciones IR_L e IC_{HL} son activas mientras que IR_H e IC_{LH} son redundantes. Esto es, el tipo bajo iguala el nivel de utilidad de reserva mientras que al tipo alto se le hace indiferente entre hacerse pasar por tipo bajo. Por el contrario, al tipo bajo nunca le conviene hacerse pasar por tipo alto, y el tipo alto está mejor que en su nivel de utilidad de reserva.

Proof. Probamos primero que IR_H es redundante.

$$\begin{aligned} v(x_H, \theta_H) - t_H - v(0, \theta_H) &\geq v(x_L, \theta_H) - t_L - v(0, \theta_H) \\ &\geq v(x_L, \theta_L) - t_L - v(0, \theta_L). \end{aligned}$$

Veamos ahora que $v(x_L, \theta_L) - t(\theta_L) = v(0, \theta_L)$. Caso contrario, sería posible incrementar a la vez t_L y t_H sin afectar las restricciones e incrementando los beneficios. Luego, si IC_{HL} no es activa, podemos incrementar t_H por $\epsilon > 0$ aumentando los beneficios. Las demás restricciones no se mueven, y además, de la redundancia de IR_H, existe dicho $\epsilon > 0$. Finalmente, IC_{LH} es redundante. Supongamos que no y sea $\{(x'_H, t'_H), (x'_L, t'_L)\}$ una solución al problema reducido:

$$II : \begin{cases} \max_{((x_L,t_L),(x_H,t_H))} & \pi[t_L - c(x_L)] + (1-\pi)(t_H - c(x_H)) \\ \text{s.t.} & v(x_L, \theta_L) - t_L \geq v(0, \theta_L) \quad (\mathrm{IR}_L) \\ & v(x_H, \theta_H) - t_H \geq v(x_L, \theta_H) - t_L \quad (\mathrm{IC}_{HL}). \end{cases}$$

Si IC_{LH} no es redundante, entonces la solución viola IC_{LH}: el tipo θ_L prefiere estrictamente (x'_H, t'_H) a (x'_L, t'_L). Si $t'_H - c(x'_H) \geq t'_L - c(x'_L)$, el principal puede incrementar t_H por $\epsilon > 0$. Si $t'_H - c(x'_H) < t'_L - c(x_L)$, le puede ofrecer a los dos (x_L, t_L). Esto es una contradicción. Así, IC_{LH} es redundante. □

1.4 Número finito de tipos: caso discreto

En este caso, $\Theta = \{\theta_1, \cdots, \theta_n\}$, con $\theta_{i-1} < \theta_i$ para $i > 2$. Por otro lado, sea $\pi_i = \mathbb{P}\{\theta = \theta_i\}$. Entonces, el problema de optimización en este caso es

$$\begin{cases} \max_{\{(t_i,x_i)\}_{i=1,\ldots,n}} & \sum_{i=1}^n \pi_i(t_i - c(x_i)) \\ \text{s.t.} & v(x_i, \theta_i) - t_i \geq 0, \ \forall\ i = 1, \ldots, n \\ & v(x_i, \theta_i) - t_i \geq v(x_j, \theta_i) - t_j, \ \forall\ i \neq j. \end{cases}$$

[1] Tipo alto es θ_H y tipo bajo θ_L.

Hay $n + n(n-1)$ restricciones, lo cual incrementa la complejidad del problema considerablemente. No obstante, Maskin y Riley (1996) prueban que el problema es equivalente a (se reduce a)

$$\begin{cases} \max_{\{(t_i,x_i)\}_{i=1,\dots,n}} & \sum_{i=1}^n \pi_i(t_i - c(x_i)) \\ \text{s.t.} & v(x_1,\theta_1) - t_1 \geq 0 \\ & v(x_i,\theta_i) - t_i \geq v(x_{i-1},\theta_i) - t_{i-1},\ \forall\ i = 2,...,n \\ & x_i \geq x_{i-1}. \end{cases}$$

En este caso, hay $1 + n - 1 + n - 1$ restricciones.

1.5 Número infinito de tipos: caso continuo

Cuando hay infinitos tipos, trabajamos con una distribución con soporte compacto. Esto es $\Theta = [\underline{\theta}, \overline{\theta}]$. Asumimos que $\theta \sim F$ con $F' = f$. Así, el problema del principal es

$$\begin{aligned} \max_{\{x(\cdot),t(\cdot)\}} & \int_{\underline{\theta}}^{\overline{\theta}} [t(\theta) - c(x(\theta))] f(\theta) d\theta \\ \text{s.a } & v(x(\theta),\theta) - t(\theta) - v(x(\hat{\theta}),\theta) - t(\hat{\theta}),\ \forall\ \theta, \hat{\theta} \in \Theta \\ & v(x(\theta),\theta) - t(\theta) \geq v(0,\theta). \end{aligned}$$

Lema 2. Una solución $\{x(\cdot), t(\cdot)\}$, todas las restricciones de participación para $\theta > \underline{\theta}$ son no activas, mientras la de $\underline{\theta}$ es activa.

Desde la perspectiva de Mirrlees, cada agente de tipo $\theta \in \Theta$ resuelve anunciado $\hat{\theta}$

$$\max_{\hat{\theta}\in\Theta}\ \Phi(\hat{\theta},\theta) = v(x(\hat{\theta}),\theta) - t(\hat{\theta}),$$

mientras que la compatibilidad de incentivos provee

$$\theta \in \text{argmax}_{\hat{\theta}\in\Theta}\ \Phi(\hat{\theta},\theta).$$

Para todo $\theta \in (\underline{\theta}, \overline{\theta})$ en donde la función objetivo sea diferenciable (lo cual asumimos ocurre casi seguramente respecto a la medida de Lebesgue),

$$0 = \frac{\partial \Phi(\theta,\theta)}{\partial \hat{\theta}}.$$

Sea $U(\theta) = \Phi(\theta,\theta)$. Entonces,

$$U'(\theta) = \Phi_\theta(\theta,\theta) + \underbrace{\Phi_{\hat{\theta}}(\theta,\theta)}_{=0}.$$

Así,

$$U'(\theta) = \Phi_\theta(\theta,\theta) = v_\theta(x(\theta),\theta).$$

Esto puede verse como una consecuencia del Teorema de la Envolvente.

Teorema 4. $(x(\cdot), t(\cdot))$ satisface la compatibilidad de incentivos si y solo si se cumple que

1. $x'(\theta) \geq 0$ para casi todo θ respecto a la medida de Lebesgue.

2. $v_x(x(\theta), \theta)x'(\theta) - t'(\theta) = 0$, para casi todo θ respecto a la medida de Lebesgue.

Dado el Teorema 4, el problema con infinitos tipos se puede escribir como sigue:

$$\begin{aligned}
\max_{\{x(\cdot),t(\cdot)\}} \int_{\underline{\theta}}^{\overline{\theta}} & [t(\theta) - c(x(\theta))]f(\theta)d\theta \\
\text{s.a } & x'(\cdot) \geq 0 \\
& v_x(x(\theta), \theta)x'(\theta) - t'(\theta) = 0, \ \forall \ \theta \\
& v(x(\underline{\theta}), \underline{\theta}) - t(\underline{\theta}) \geq v(0, \underline{\theta}).
\end{aligned}$$

Notemos que es posible re-escribir usando las dos últimas restricciones:

$$\begin{aligned}
U(\theta) &= U(\underline{\theta}) + \int_{\underline{\theta}}^{\theta} v_\theta(x(s), s)ds \\
&= v(0, \theta) + \underbrace{\int_{\underline{\theta}}^{\theta} v_\theta(x(s), s)ds}_{\text{renta informacional}}.
\end{aligned}$$

Así, el problema del principal es

$$\max_{x(\cdot)} \int_{\underline{\theta}}^{\overline{\theta}} \left[v(x(\theta), \theta) - c(x(\theta)) - \int_{\underline{\theta}}^{\theta} \frac{\partial v}{\partial \theta}(x(s), s)ds \right] f(\theta)d\theta.$$

Ahora bien, aplicando integración por partes,

$$\begin{aligned}
\int_{\underline{\theta}}^{\overline{\theta}} \int_{\underline{\theta}}^{\theta} [v_\theta(x(s), s)ds]f(\theta)d\theta &= \left[\int_{\underline{\theta}}^{\theta} v_\theta(x(s), s)ds \right] \cdot F(\theta) \Big|_{\underline{\theta}}^{\overline{\theta}} - \int_{\underline{\theta}}^{\overline{\theta}} v_\theta(x(\theta), \theta)F(\theta)d\theta \\
&= \int_{\underline{\theta}}^{\overline{\theta}} v_\theta(x(\theta), \theta)d\theta - \int_{\underline{\theta}}^{\overline{\theta}} v_\theta(x(\theta), \theta)F(\theta)d\theta \\
&= \int_{\underline{\theta}}^{\overline{\theta}} v_\theta(x(\theta), \theta) \left[\frac{1 - F(\theta)}{f(\theta)} \right] f(\theta)d\theta.
\end{aligned}$$

De este modo, el problema de maximización del principal es

$$\max_{x(\cdot)} \int_{\underline{\theta}}^{\overline{\theta}} \left[v(x(\theta), \theta) - c(x(\theta)) - v_\theta(x(\theta), \theta) \left(\frac{1 - F(\theta)}{f(\theta)} \right) \right] f(\theta)d\theta.$$

La optimización se hace punto por punto (en casi todo punto) de forma que, para casi todo punto

$$x(\theta) \in \operatorname{argmax} v(x, \theta) - c(x) - \left[\frac{1 - F(\theta)}{f(\theta)} \right] v_\theta(x, \theta).$$

Esto provee de manera implícita una expresión para $x(\cdot)$. Lo que queda por determinar es la monotonicidad de $x(\cdot)$. Sea

$$\varphi(x, \theta) = v(x, \theta) - c(x) - \left[\frac{1 - F(\theta)}{f(\theta)} \right] v_\theta(x, \theta).$$

Lugo,

$$\frac{\partial^2 \varphi(x,\theta)}{\partial x \partial \theta} = v_{x\theta} - \frac{v_{x\theta\theta}}{h(\theta)} + v_{x\theta}\frac{h'(\theta)}{[h(\theta)]^2},$$

con

$$h(\theta) = \underbrace{\frac{f(\theta)}{1-F(\theta)}}_{\text{ratio de riesgo}} > 0.$$

Entonces, si $v_{x\theta\theta} \leq 0$ y $h'(\theta) \geq 0$, tenemos la propiedad de monotonicidad. Luego, la CPO provee

$$v_x(x(\theta),\theta) - c'(x(\theta)) - \frac{1}{h(\theta)} v_{x\theta}(x(\theta),\theta) = 0.$$

Dado que $\overline{\theta} = 1/h(\overline{\theta}) = 0$,

$$v_x(x(\overline{\theta},\overline{\theta}) = c'(x(\overline{\theta})).$$

Además, como $h(\theta) > 0$ para $\theta < \overline{\theta}$,

$$v_x(x(\theta),\theta) > c'(x(\theta)),\ \forall\ \theta < \overline{\theta}.$$

La intuición es la misma que en el caso de dos tipos que analizamos previamente. Si tomamos $x(\theta)$ para algún $\theta < \bar{\theta}$ y lo incrementamos, obtenemos un aumento en el excedente total a través del tipo θ, pero debemos otorgar mayores rentas de información a todos los tipos $\theta' > \theta$. Utilizando la definición de $h(\cdot)$, podemos escribir

$$f(\theta)[v_x(x(\theta),\theta) - c'(x(\theta))] = (1-F(\theta))v_{x\theta}(x(\theta),\theta),$$

lo cual se interpreta de la siguiente manera: el lado izquierdo de la ecuación representa el excedente total generado cuando un tipo θ recibe un incremento infinitesimal en $x(\theta)$, mientras que el lado derecho es la suma de las rentas que un aumento en $x(\theta)$ otorga a todos los $\theta' > \theta$ (que tienen una medida total de $1-F(\theta)$). El incremento en el excedente para el tipo θ es lo que el monopolista puede extraer de este tipo, pero a costa de pagar rentas informacionales a todos los agentes de tipo superior.

1.6 Nota técnica

El problema de maximización del principal, teniendo cuenta desde el inicio la restricción de monotonía, puede escribir de la siguiente manera:

$$\begin{aligned}
&\max_{x(\cdot)} \int_{\underline{\theta}}^{\overline{\theta}} \left[v(x(\theta),\theta) - c(x(\theta)) - v_\theta(x(\theta),\theta)\left(\frac{1-F(\theta)}{f(\theta)}\right)\right] f(\theta) d\theta \\
&\text{s. a } x'(\theta) = \mu(\theta),\ \forall\ \theta \\
&\qquad \mu(\theta) \geq 0.
\end{aligned}$$

Este problema tiene la forma de un problema de control óptimo. De este modo, para resolverlo, procedemos vía el principio del máximo (teniendo presente que todas las hipótesis se satisfacen). La función Hamiltoniana asociada es

$$H(\theta,x,\mu,\lambda) = \left[v(x(\theta),\theta) - c(x(\theta)) - v_\theta(x(\theta),\theta)\left(\frac{1-F(\theta)}{f(\theta)}\right)\right] f(\theta) + \lambda(\theta)\mu(\theta).$$

Lima, Agosto 18, 2024.

References

Mirrlees, J. A. (1971). An exploration in the theory of optimum income taxation. *The Review of Economic Studies*, 38(2):175–208.

Spence, M. (1973). Job market signaling. *The quarterly journal of Economics*, 87(3):355–374.

Tadelis, S. and Segal, I. (2005). Lecture notes on contract theory. Lecture notes. Course ECO206, University of California, Berkeley, and 282-291, Stanford University.