FACULTAD DE CIENCIAS SOCIALES
ESPECIALIDAD DE FINANZAS

PRÁCTICA DIRIGIDA 4

Microeconomía Financiera
Semestre 2024-2

Profesor: José D. Gallardo Kú
jgallardo@pucp.edu.pe
Jefes de práctica: Marcelo M. Gallardo Burga y Karen Montoya
marcelo.gallardo@pucp.edu.pe
a20212185@pucp.edu.pe
https://marcelogallardob.github.io/

---

1 Ejercicios de la dirigida

Ejercicio 1. Un individuo que trabaja en el sector de construcción recibe una paga de 500 soles. Sin embargo, está expuesto a caídas con probabilidad de $\frac{1}{2}$, lo que podría costarle 100 soles para su recuperación. Por ello, quiere asegurarse con una compañía a un monto M ante una posible caída. La función de utilidad del individuo es $v(x) = x^{1/2}$. El seguro le cubre el costo total de 100 soles.

- Halle el valor esperado y la utilidad esperada del individuo sin seguro.
- Calcule cuál es el valor máximo que puede cobrar el asegurador monopólico por el seguro (halle el monto M).

Ejercicio 2. Considere un tomador de decisiones que tiene una riqueza inicial de w y puede perder 1 unidad de riqueza con probabilidad p. Este individuo puede comprar un seguro, que es un bien divisible. Una unidad de seguro cuesta q y cubre una unidad de pérdida en caso de que ocurra. Se desea entender su demanda de seguro. Sea θ la cantidad de seguro que compra.

1. Argumente por qué su utilidad esperada viene dada por

$$U^e(\theta) = v(w - q\theta)(1 - p) + v(w - q\theta - (1 - \theta))p,$$

   donde $v(\cdot)$ es la función de utilidad elemental.

2. Considere el caso de un precio actuarialmente injusto, donde $q > p$. Este escenario es común ya que la compañía de seguros necesita cubrir sus costos operativos. Bajo estas condiciones, demuestre que el tomador compra solo un seguro parcial, es decir, $\theta < 1$. Asuma a continuación v estrictamente creciente y estrictamente cóncava (supuestos razonables).

3. Ahora considere el caso de $q = p$, el precio actuarialmente justo. Este precio es significativo en la literatura ya que representa el precio competitivo, asumiendo que las compañías de seguros no tienen costos adicionales. En este escenario, demuestre que el tomador compra un seguro total ($\theta = 1$).

Ejercicio 3. La utilidad del dinero de Lucio es $v_L(m) = \sqrt{m}$. Lucio posee una firma y está pensando en contratar a Carolina para dirigirla. La utilidad del dinero de ella está dada por $v_C(m) = 2m$. Se sabe que 2 de cada 3 veces le va bien a la firma y obtienen 4000 soles, mientras que el resto de las veces obtenían 1600 soles como beneficio. Lucio le ofrece un contrato A a Carolina, el cual indica que le pagará 1000 soles anualmente sin importar si fue un buen o mal año.

1. ¿Cuál es la actitud al riesgo de Lucio?
2. ¿Cuál es la actitud al riesgo de Carolina?
3. Sea B un contrato que paga 1500 soles a Carolina si es un buen año y nada si es malo. Muestre que B es mejor para Lucio y que Carolina es indiferente entre los contratos A y B.

Ejercicio 4. En relación a la Aversión Absoluta al Riesgo (AAR) y la Aversión Relativa al Riesgo (ARR):

(a) Explique la diferencia entre la Aversión Absoluta al Riesgo (AAR) y la Aversión Relativa al Riesgo (ARR). ¿Cómo se definen matemáticamente y qué interpretación económica tienen?

(b) Considere dos individuos con funciones de utilidad $v_1(c)$ y $v_2(c)$. El primero muestra aversión absoluta al riesgo constante, mientras que el segundo muestra aversión relativa al riesgo constante. Derive las expresiones para $A(c)$ y $R(c)$ para cada uno.

(c) Suponga que un inversor tiene una función de utilidad $v(c;\theta) = \frac{c^{1-\theta}-1}{1-\theta}$, donde $\theta \in (0,1)$ es el coeficiente de aversión relativa al riesgo. Derive las expresiones de AAR y ARR para esta función de utilidad y explique cómo se relacionan entre sí. ¿Qué sucede con estas medidas a medida que la riqueza c aumenta?

(d) Calcule $\lim_{\theta\to 1} v(c;\theta)$.

Ejercicio 5. Un individuo tiene una función de utilidad de Bernoulli $v : \mathbb{R}_+ \to \mathbb{R}$, $v(x) = x^a$. Analice en términos de $a > 0$ cuándo el individuo es adverso al riesgo.

Ejercicio 6. Probar que, si M es una lotería (esto es, $M = \alpha L + (1-\alpha)L'$) entonces

$$U^e(M) = \alpha U^e(L) + (1-\alpha)U^e(L').$$

2 Ejercicio calificado

Como es de conocimiento público, existe un riesgo significativo de que ocurra un terremoto y afecte severamente la Bahía de San Francisco. Suponga que el daño total en la Bahía de San Francisco es una variable aleatoria con distribución normal, cuya varianza es σ^2. Suponga que hay N personas en la Bahía de San Francisco que se verían afectadas por el terremoto, y que cada persona tiene una aversión al riesgo constante e igual a α.

Afortunadamente para los habitantes de la bahía, el milagro de los mercados contingentes permite que aquellos que no viven en la bahía compartan el riesgo del terremoto con los residentes de la Bahía de San Francisco. Suponga que hay M personas, digamos en Nueva York, que no están sujetas a ninguna pérdida por terremoto. Suponga que cada neoyorquino tiene una aversión al riesgo absoluta constante de β.

1. ¿Cuáles son las funciones de utilidad asociadas a cada tipo de agente (New-York, Bahía de San Francisco)? **1 punto.**

2. Calcule el arreglo eficiente de compartición del riesgo entre los neoyorquinos y los residentes de la Bahía de San Francisco. En particular, ¿qué fracción de las pérdidas por terremoto deberían soportar eficientemente los residentes de la Bahía de San Francisco y qué fracción deberían asumir los neoyorquinos? **Sugerencia**: sea $D \sim N(\mu, \sigma^2)$ la variable aleatoria que modela el daño causado por el terremoto. Por otro lado, el costo del riesgo viene dado por $\theta \simeq A\sigma^2/2$, donde A es el coeficiente de aversión absoluta al riesgo. Argumente por qué se debe resolver

$$\min_{s\in[0,1]} \left\{ \beta M \text{Var}\left[\frac{sD}{M}\right] + \alpha N \text{Var}\left[\frac{(1-s)D}{N}\right] \right\}$$

   donde s es el share del riesgo asumido por los habitantes de New-York. **2 puntos.**

3. Explique intuitivamente cómo y por qué α, β, N y M están involucrados (o no, si no lo están) en su respuesta. Puede realizar estática comparative de los parámetros sobre s^*. **2 puntos.**

4. ¿Es cierto que si $\beta < \alpha$ la eficiencia de Pareto requiere que los neoyorquinos aseguren completamente a los residentes de la Bahía de San Francisco? **1 punto.**

3 Ejercicios Avanzados (no obligatorios)

Ejercicio 7. Considere una preferencia por el riesgo $\succeq$ que tiene una representación de utilidad esperada con una función de utilidad de Bernoulli continua y creciente v. Se pide probar que las siguientes afirmaciones son equivalentes:

1. $CE_{\succeq}(X) \leq \mathbb{E}[X]$ para cualquier variable aleatoria X, donde $CE_{\succeq}(X)$ es el equivalente de certeza, es decir, el valor seguro tal que el agente es indiferente entre recibir este valor o enfrentar la lotería X.

2. $RP_{\succeq}(X) \geq 0$ para cualquier variable aleatoria X, donde $RP_{\succeq}(X)$ es la prima de riesgo, es decir, la cantidad máxima que un individuo estaría dispuesto a pagar para eliminar el riesgo asociado a la lotería X.

3. $\displaystyle\int v(x)dF(x) \leq v\left(\int xdF(x)\right)$ para cualquier distribución F.

4. La función v es cóncava.

Ejercicio 8. Considere un inversionista con una riqueza inicial w. Existe un activo riesgoso que proporciona un retorno de z por cada dólar invertido. Sea F la función de distribución acumulativa (CDF) de z. Sea α la cantidad invertida en el activo riesgoso. Sea $v(\cdot)$ la utilidad elemental del inversionistas (que se asume continuamente diferenciable y cóncava). Se le pide que:

1. Argumente por qué la utilidad esperada del inversionista viene dada por

$$U^e(\alpha) = \int v(w + \alpha(z-1))\, dF(z).$$

2. Derivar la condición de primer orden para el nivel óptimo de inversión α^*.

3. Considerar el caso en que el retorno neto esperado es no positivo, es decir, $\mathbb{E}[z] - 1 \leq 0$. Pruebe que, en este caso, la inversión óptima es $\alpha^* = 0$. *Sugerencia*: recuerde o investigue acerca de la regla de Leibniz (resultados acerca de cómo diferenciar debajo de la integral).

4. Considerar el caso en que el retorno neto esperado es positivo, es decir, $\mathbb{E}[z]-1 > 0$. Pruebe que, en este caso, la inversión inicial $\alpha = 0$ no es óptima.

5. Demostrar que si el inversionista tiene mayor aversión al riesgo, invertirá menos en el activo riesgoso. Para esto, considere dos inversionistas con funciones de utilidad Bernouilli v_1 y v_2, donde $v_1 = g \circ v_2$ con g cóncava y creciente. Muestre que el nivel óptimo de inversión α_1^* de v_1 es menor o igual al nivel óptimo de inversión α_2^* de v_2.