FACULTAD DE CIENCIAS SOCIALES
ESPECIALIDAD DE FINANZAS

PRÁCTICA CALIFICADA 2

Microeconomía Financiera
Semestre 2024-2

Profesor: José D. Gallardo Kú
jgallardo@pucp.edu.pe
Jefes de práctica: Marcelo M. Gallardo Burga y Karen Montoya
marcelo.gallardo@pucp.edu.pe
a20212185@pucp.edu.pe
https://marcelogallardob.github.io/

- Tiene 100 minutos.
- Sea claro y justifique cada paso.
- No se permiten apuntes ni dispositivos electrónicos.
- Puede asumir todos los resultados vistos en clase.
- Sobre 14 puntos.

Ejercicio 1 (4 puntos). Analice la veracidad o falsedad de los siguientes enunciados (justifique su respuesta):

1. En el modelo 2×2, si p_y aumenta entonces el precio de equilibrio del factor que se usa con mayor intensidad en la producción del bien x incrementa, mientras que el otro decrece.
2. El coeficiente de aversión absoluta al riesgo es invariante a transformaciones lineales afines.
3. Si el coeficiente de aversión relativa al riesgo es constante y diferente de 1, entonces $v(x) = \dfrac{Ax^{1-\rho}}{1-\rho} + B$, con A y B constantes, $A > 0$.
4. Mientras más convexa la función de utilidad elemental (Bernouilli), se puede decir que más averso al riesgo es el agente.

Solución:

1. Falso, el Teorema de Stopler-Samuelson dice que si p_y aumenta, entonces el precio de equilibrio del factor que se usa con mayor intensidad en la producción del bien y incrementa, mientras que el otro (en este caso x) decrece.

2. Verdadero. Sea $u(x) = f(v(x)) = av(x) + b$, con a y b constantes. Entonces, $u'(x) = av'(x)$ y $u''(x) = av''(x)$. De este modo, los coeficientes de Arrow-Pratt coinciden (coeficientes de aversión absoluta al riesgo).

3. Verdadero. Ya sea calculando directamente $-xv''(x)/v'$ o resolviendo la EDO $-xv''(x)/v'(x) = \rho \neq 1$. Esto es,

$$\begin{aligned}
-\frac{xv''(x)}{v'(x)} &= \rho \\
\frac{v''(x)}{v'(x)} &- \frac{\rho}{x} \\
\ln|v'| &= \ln|x|^{-\rho} + C \\
v'(x) &= e^C x^{-\rho} = Ax^{-\rho} \\
\int v'(x)dx &= \int Ax^{-\rho}dx \\
v(x) &= \frac{Ax^{1-\rho}}{1-\rho} + B.
\end{aligned}$$

4. Falso. La concavidad representa la aversión al riesgo. La convexidad es usada para representar funciones de Bernouilli asociadas a individuos amantes al riesgo.

Ejercicio 2 (4 puntos). Sea $X = \{0, 100, 400, 1000\}$ un conjunto de premios monetarios. Fernando tiene preferencias fuertemente monotónicas sobre estos premios (su función de utilidad elemental v es estrictamente creciente). Fernando declara además que es maximizador de su utilidad esperada U^e. Cristina le presenta las siguientes loterías:

$$L = \frac{1}{4} \circ 0 \oplus + \frac{1}{4} \circ 100 \oplus \frac{1}{3} \circ 400 \oplus \frac{1}{6} \circ 1000$$

y

$$L' = 0 \circ 0 \oplus + \frac{1}{4} \circ 100 \oplus \frac{11}{24} \circ 400 \oplus \frac{7}{24} \circ 1000.$$

Note que las distribuciones de probabilidad son $(1/4, 1/4, 1/3, 1/6)$ y $(0, 1/4, 11/24, 7/24)$. Fernando decide escoger L en vez de L'. ¿Es realmente Fernando maximizador de su utilidad esperada?

Solución: se tiene que

$$U^e(L) = \sum_{n=1}^{N} v(x_n)p_n = \frac{1}{4}v(0) + \frac{1}{4}v(100) + \frac{1}{3}v(400) + \frac{1}{6}v(1000)$$

mientras que

$$U^e(L') = \sum_{n=1}^{N} v(x_n)p'_n = 0v(0) + \frac{1}{4}v(100) + \frac{11}{24}v(400) + \frac{7}{24}v(1000).$$

Luego,

$$U^e(L') - U^e(L) = \frac{1}{8}v(1000) + \frac{1}{8}v(4000) - \frac{1}{4}v(0).$$

Como v es estrictamente creciente (preferencias fuertemente monotónicas), $v(1000) > v(400) > v(0)$. De este modo, $U^e(L') - U^e(L) > 0$. Por lo tanto, Fernando **NO** es un maximizador de su utilidad esperada.

Ejercicio 3 (4 puntos). Manuel tiene una función de utilidad Bernouilli dada por $v_M(x) = \sqrt{x}$, mientras que la de Carlos es $v_C(x) = \ln x$. Ambas funciones están definidas para todo $x > 0$.

1. ¿Es Manuel más adverso al riesgo que Carlos? Justifique.
2. Considere la siguiente situación. Hay dos estados del mundo: el estado malo ocurre con probabilidad 1/2 y el estado bueno ocurre con la probabilidad complementaria. Manuel y Carlos tiene ambos una riqueza inicial de $w > 0$ soles. La riqueza en el estado bueno se mantiene a su nivel original. Pero si el estado malo ocurre, ambos sufren una pérdida de $\ell = w$ (es decir, la pérdida en el estado malo es total). Antes de que se sepa el estado de la naturaleza, Manuel y Carlos deciden cuántas unidades de seguro comprar. Una unidad de seguro cuesta t soles, donde $1/2 < t < 1$, y paga un sol si el estado malo ocurre. Resuelva cuántas unidades compra Manuel y cuántas compra Carlos. Compare y concluya a quién preferirían como cliente en un mundo no competitivo donde pudiénsen seleccionar a sus clientes. **Nota:** si se compra el seguro, se paga en cualquier estado.

Solución:
a) Calculamos los coeficientes de Arrow-Pratt. Se tiene que

$$AAR_M(x) = -\frac{v_M''(x)}{v_M'(x)} = -\frac{-1/4x^{3/2}}{1/2\sqrt{x}} = \frac{1}{2x}$$

mientras que

$$AAR_C(x) = -\frac{v_C''(x)}{v_C'(x)} = -\frac{-1/x^2}{1/x} = \frac{1}{x}.$$

b) Dada la situación, ambos resuelven

$$\max_x \frac{1}{2}v(w - tx) + \frac{1}{2}v(x - tx).$$

En caso $v(\cdot) = \sqrt{\cdot}$, las CPO proveen

$$\begin{aligned}
\frac{-t}{4\sqrt{w - tx}} + \frac{1 - t}{4\sqrt{x - tx}} &= 0 \\
\frac{1 - t}{\sqrt{x - tx}} &= \frac{t}{\sqrt{w - tx}} \\
(1 - t)\sqrt{w - tx} &= t\sqrt{x - tx} \\
(1 - t)^2(w - tx) &= t^2(x - tx) \\
(1 - t)^2(w - tx) &= t^2(1 - t)x \\
\frac{1 - t}{t^2}w &= \frac{1}{t}x \\
\frac{1 - t}{t}w &= x_M^*.
\end{aligned}$$

Por el lado de Carlos, las CPO proveen

$$\begin{aligned}
\frac{t}{w-tx} &= \frac{1-t}{x(1-t)} \\
tx &= w - tx \\
2tx &= w \\
x_C^* &= \frac{w}{2t}.
\end{aligned}$$

Como $t \in (0, 1/2)$. De deduce que $x_C^* > x_M^*$. Por ende, preferimos a Carlos como cliente. Esto es coherente pues Carlos es más adverso al riesgo que Manuel.

Ejercicio 4 (2 puntos). Considere dos personas que escogen entre dos loterías monetarias. Defina que la función de utilidad $v^*(\cdot)$ es fuertemente más adversa al riesgo que $v(\cdot)$ si y solo si existe una constante k positiva y una función cóncava **no creciente** $g(\cdot)$ tal que $v^*(x) = kv(x) + g(x)$ para todo x. Muestre que si $v^*(\cdot)$ es fuertemente más adversa al riesgo que $v(\cdot)$, entonces $v^*(\cdot)$ es más adversa al riesgo que $v(\cdot)$ en el sentido usual de Arrow-Pratt. **Sugerencia:** compare los coeficientes de Arrow-Pratt de ambas funciones de utilidad.

Solución: Como $g' < 0$ y $g'' < 0$, se sigue que

$$\begin{aligned}
(v^*)' &= kv' + g' < kv' \\
(v^*)'' &= kv'' + g'' < kv'' \\
\frac{1}{kv' + g'} &> \frac{1}{kv'} \\
-(kv'' + g'') &> -kv'' \\
-\frac{kv'' + g''}{kv' + g'} &> -\frac{kv''}{kv'} = -\frac{v''}{v'}.
\end{aligned}$$

Con esto, concluimos lo deseado.